



# Design e caratterizzazione di qubit superconduttivi

Tesi presentata per la Laurea magistrale in  
Ingegneria elettronica per l'industria e l'innovazione

**Davide Milillo**

**Relatore:** Prof. Enrico Silva

**Co-Relatore:** Dr. Claudio Gatti, Istituto Nazionale di  
Fisica Nucleare

Dipartimento di Ingegneria Industriale, Elettronica e  
Meccanica

Università RomaTre

Anno accademico 2023/2024

---

# Indice

<b>1</b>	<b>Qubit</b>	<b>5</b>
1.1	Photon counter: sensori ultrasensibili al singolo fotone . . . . .	5
1.2	Qubit . . . . .	9
1.3	Transmon qubit . . . . .	23
1.4	Superconduttività e qubit superconduttivi . . . . .	39
<b>2</b>	<b>Sistemi sperimentali e software utilizzati</b>	<b>65</b>
2.1	Tecniche di misura e caratterizzazione . . . . .	65
2.2	Strumenti software . . . . .	77
<b>3</b>	<b>Design e risultati sperimentali</b>	<b>81</b>
3.1	Design e simulazioni . . . . .	83
3.2	Risultati sperimentali . . . . .	114
<b>4</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>133</b>
	<b>Ringraziamenti</b>	<b>135</b>

---

Questo progetto di tesi nasce da una stretta collaborazione tra Università Roma Tre e i Laboratori Nazionali dell'INFN di Frascati (LNF-INFN), ed in particolare con il gruppo di ricerca Cold lab.

Il gruppo di ricerca dell'INFN svolge ricerca su sistemi composti da cavità risonanti superconduttive con qubit superconduttivi sensibili al singolo fotone, detti single-photon counter, utili a rilevare segnali estremamente deboli, con numerose applicazioni in fisica fondamentale, specialmente nella ricerca di assioni, una ipotetica particella possibile costituente della materia oscura. Questo lavoro si colloca nel progetto di ricerca dell'INFN Qub-IT[1], che sviluppa dispositivi ultrasensibili al singolo fotone alle microonde per la ricerca di materia oscura; l'obiettivo di questa tesi è la realizzazione del design di un nuovo photon counter, più sensibile, partendo dal dispositivo realizzato nell'articolo[2], in cui si usa un qubit accoppiato a una cavità, lo si espande a due qubit ognuno accoppiato ad una cavità risonante utilizzata per il controllo e la lettura del qubit stesso (cavità di readout), ed alla cavità dove viene assorbito il singolo fotone da rivelare (cavità di storage). L'idea di base del progetto sviluppato in questa tesi è di usare due qubit accoppiati dispersivamente allo stesso risonatore e letti con due risonatori distinti. Questo riduce significativamente la probabilità di errore e del dark count rate. Nel progetto Qub-IT si stanno studiando principalmente due realizzazioni per quest'idea, una su geometria planare[3][1] e l'altra su geometria 3D, accoppiando i qubit a cavità risonanti[1].

In questo design devono essere controllati e ottimizzati i fattori di accoppiamento tra le cavità, tra i qubit, deve essere massimizzata l'efficienza delle letture, e ottimizzati i vari parametri quantistici del qubit.

Per la caratterizzazione dei qubit sono state condotte misure sperimentali su sistemi ultrafreddi ( $T = 10$  mK). Alcuni dei risultati preliminari vengono analizzati nel capitolo 3.2.

Nel capitolo 1.1 si spiegherà meglio l'applicazione d'interesse dei sensori ultrasensibili al singolo fotone; nel capitolo 1.2 si introdurrà più formalmente il qubit con i necessari richiami teorici; nel capitolo 1.3 si approfondisce il transmon qubit e le sue peculiari proprietà; nel capitolo 1.4 si presentano i doverosi richiami di superconduttività e in ottica di questi si riesaminano i qubit superconduttivi e si spiegano i qubit 3D usati in questa tesi.

Poi si forniranno brevi cenni agli strumenti utilizzati, sia strumenti sperimentali usati per le misure e la caratterizzazione di un qubit, nel capitolo 2.1, sia strumenti software per il design dei qubit, delle cavità e del sistema nel suo complesso, nel capitolo 2.2.

Infine, verranno esposti risultati del design nel capitolo 3.1 e i risultati di alcune misure sperimentali effettuate, nel capitolo 3.2.

# Capitolo 1

## Qubit

Questo progetto di tesi, di design e caratterizzazione di qubit superconduttivi ha richiesto conoscenze diversificate da diversi campi scientifici. In questo primo capitolo si dà un breve richiamo delle nozioni fondamentali utilizzate e utili alla comprensione delle analisi riportate in seguito. Verranno pertanto richiamate le nozioni basi di superconduttività, con particolare enfasi sulle giunzioni Josephson e altre proprietà utili nell'ambito di qubit superconduttivi. Verrà presentato formalmente il qubit, spiegando la sua funzionalità e i suoi vantaggi rispetto a un sistema classico. Per far ciò è necessario dare brevi cenni teorici di meccanica quantistica. Poi si presenteranno richiami teorici su argomenti legati al progetto in cui si colloca la seguente tesi, ovvero il photon counter e si spiega cos'è un transmon qubit analizzando le sue peculiari proprietà.

### 1.1 Photon counter: sensori ultrasensibili al singolo fotone

L'idea del seguente progetto parte dal design di un sistema di rivelazione a singolo fotone, detto single photon counter.

#### a) **Single photon counter**

Il dispositivo per rilevare il singolo fotone deve essere uno strumento ultrasensibile, ultra preciso e con una bassissima soglia del rumore. Il principio di funzionamento è completamente diverso rispetto ai tradizionali sensori ottici, che rilevano l'intensità luminosa o la potenza del fascio di luce piuttosto che il numero esatto di fotoni.

L'idea di base, sviluppata nei prossimi capitoli, è di avere un elemento

sensibile al singolo fotone, che cambi il suo stato in base al numero di fotoni (ad esempio, fotoni contenuti in una cavità), dopodiché serve un modo per leggere lo stato di questo oggetto in modo da controllare la presenza o meno di un fotone. L'elemento sensibile al singolo fotone è il qubit, che verrà illustrato nel dettaglio nei prossimi capitoli.

Questi dispositivi richiedono una sensibilità elevatissima. Per dare un'idea delle scale in questione, si consideri un fotone alle microonde, con frequenza di  $\nu = 10 \text{ GHz}$ ; la sua energia è di  $E = \nu h = 6.63 \cdot 10^{-24} \text{ J} = 4,14 \cdot 10^{-5} \text{ eV}$ . Confrontando questo risultato con un rivelatore al silicio, che ha una sensibilità minima data dalla gap del semiconduttore,  $1.12 \text{ eV}$ , si evince l'ultrasensibilità richiesta, di sei ordini di grandezza inferiore rispetto a un rivelatore classico.

Per avere letture accurate bisogna considerare anche che il rumore è un fattore critico in questi dispositivi: per ridurre la soglia di rumore termico a valori accettabili è necessario che tali dispositivi operino a temperature di pochi mK.

Per descrivere le prestazioni di un photon counter si usano alcuni parametri quali il dark count rate, che indica i conteggi medi per secondo registrati in assenza di luce incidente, la quantum efficiency, che tiene conto dell'efficienza quantistica, è il rapporto tra i fotoni rilevati rispetto ai fotoni incidenti, e la soglia del rumore quantistico di fondo che rappresenta il livello minimo di segnale che deve essere superato affinché un evento di rilevamento possa essere considerato significativo rispetto al rumore presente nel sistema.

Essendo un dispositivo estremamente sensibile, esso trova applicazione in numerosi esperimenti, in ottica prima di tutto ma anche in molti altri campi come nella fisica fondamentale, dove servono esperimenti estremamente precisi e che lavorano con particelle quantistiche.

## b) Assioni

Una delle applicazioni più importanti per i photon counter, alla quale si lavora attivamente all'INFN nel progetto QUAX[4], è la ricerca degli assioni.

Gli assioni sono delle ipotetiche particelle che si stanno studiando sempre più nel campo della fisica teorica perché possibili candidati ad alcuni dei problemi irrisolti più importanti. Furono teorizzati inizialmente per risolvere il cosiddetto strong CP problem[5]. Ovvero, studiando le simmetrie delle particelle note nel modello standard, emergeva che doveva essere violata la simmetria rispetto a variazione di carica (C) e variazione di parità (P). Questo risolverebbe anche la questione di

asimmetria che si osserva, sia sperimentalmente che in astrofisica, tra materia e antimateria. Le osservazioni riportano che la maggior parte dell'universo sia composto solo da materia ordinaria, per cui le due non possono essere esattamente uguali a livello di interazioni fondamentali (altrimenti ne avremmo osservate in pari quantità), per questo a livello fondamentale ci aspettiamo la violazione della CP. Questa violazione è stata verificata sperimentalmente per quanto riguarda l'interazione debole[6], ma non quella forte. Per risolvere questo problema, si è ipotizzata una nuova particella, l'assione appunto. Questa nuova particella è descritta da potenziali abbastanza complicati, che devono soddisfare la simmetria assiale globale di Peccei-Quinn[7]. Inoltre, proprio per le sue peculiari caratteristiche, per esempio il fatto di essere poco interagente, ha portato a considerare l'assione come un possibile candidato costituente della materia oscura. In definitiva la rilevazione degli assioni porterebbe conseguenze sostanziali nella fisica teorica, dall'ampliamento e consolidamento del modello standard per chiarire quali sono le particelle fondamentali e le loro interazioni, a capire quali sono i costituenti della materia oscura, aprendo nuove prospettive su quali particelle cercare (se fatta solo di assioni o anche altre particelle) e quali esperimenti progettare per vedere le sue proprietà; nonché aiuterebbe gli studi in astronomia per esempio aiutando a definire lo scenario della formazione dell'universo.

c) **Effetto Primakoff**

La teoria di riferimento per condurre gli esperimenti è l'effetto Primakoff. In breve, si considerino le equazioni di Maxwell 1.1 che vengono modificate nel seguente modo per tenere in conto dell'effetto dell'assione[8]:

$$\begin{aligned}
 \nabla \cdot \mathbf{E} &= \rho - g_{a\gamma\gamma} \mathbf{B} \cdot \nabla a \\
 \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\
 \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\
 \nabla \times \mathbf{B} &= \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{j} - g_{a\gamma\gamma} \left( \mathbf{E} \times \nabla a - \frac{\partial a}{\partial t} \mathbf{B} \right)
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

Dove  $\mathbf{B}$  è il campo magnetico,  $\mathbf{E}$  è il campo elettrico,  $\rho$  è la densità di carica,  $\mathbf{j}$  è la densità di corrente,  $a$  è il campo scalare dell'assione e  $g_{a\gamma\gamma}$  è la costante di accoppiamento tra l'assione e due fotoni.

L'esperimento si basa su queste equazioni: l'applicazione di un campo magnetico costante, sufficientemente intenso, permette agli assioni di

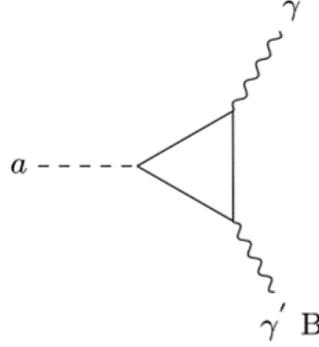


Figura 1.1: diagramma di Feynman per schematizzare l'effetto Primakoff, in cui un assione in presenza di un campo magnetico si trasforma in un fotone. Immagine presa da [8].

convertirsi in fotoni secondo l'effetto Primakoff. Questa conversione si può rappresentare nel diagramma di Feynman, riportato in figura 1.1:

A questo punto bisogna definire l'esperimento di riferimento, proposto da Sikivie nel 1983, con cavità risonanti alle microonde: gli haloscopes. Per sfruttare l'effetto Primakoff, una cavità risonante, con frequenza di risonanza uguale alla frequenza del fotone generato dall'assione, riuscirebbe a dare un segnale con potenza:  $P_{a \rightarrow \gamma_{ph}} \propto (B^2 V Q)(g_{a\gamma_{ph}}^2 p_a \nu)$ , come viene spiegato negli articoli [9] [10].  $B$  è il campo magnetico,  $V$  è il volume della cavità,  $Q$  è il fattore di qualità della cavità,  $\nu$  è la frequenza del fotone,  $g_{a\gamma_{ph}}$  è la costante di accoppiamento tra assione e fotone,  $p_a$  è la densità locale degli assioni. La potenza  $P_{a \rightarrow \gamma_{ph}}$  è tipicamente dell'ordine di  $10^{-22} W$  quindi servono strumenti estremamente sensibili per rilevare queste potenze. Gli unici parametri sui quali si può andare ad agire sono  $B$ ,  $V$  e  $Q$ . Per massimizzare il fattore di qualità si usano cavità risonanti superconduttive.

Riassumendo, per rilevare la possibile presenza di un assione, serve uno strumento sensibile al singolo fotone; ovvero un single photon counter.

#### d) **Superconduttori e qubit**

Per quanto detto, bisogna sfruttare l'effetto Primakoff per rilevare la presenza di un assione, facendolo convertire in un fotone. Per massimizzare le letture si può agire aumentando il campo magnetico, in alcuni esperimenti si raggiungono campi oltre i 10 T, raggiungibili solo con magneti superconduttivi. Come già detto, per massimizzare i fattori di qualità della cavità si agisce sempre sulla geometria della cavità e sulle sue perdite superficiali, descritte dalla resistenza superficiale  $R_s$ . Per

massimizzare  $Q$  bisogna minimizzare  $R_s$ , si veda articolo[9], da cui l'uso dei superconduttori. Infine, il fotone o i fotoni generati devono essere misurati e rilevati, e a tal fine è essenziale il qubit, un sistema che cambia stato in presenza del fotone, in questo modo è sufficiente osservare lo stato del qubit per rilevare la presenza o meno di un fotone, il che sarebbe indizio dell'assione. Anche i qubit sono realizzati attualmente in tecnologia superconduttiva[11]. Quindi, i superconduttori giocano un ruolo fondamentale in questi esperimenti di fisica fondamentale. In questa Tesi sarà succintamente esposta quella parte della teoria della superconduttività funzionale alla descrizione dei qubit, ovvero le giunzioni Josephson, mentre non ci si concentrerà sulle altre caratteristiche quali la resistenza superficiale per esempio.

## 1.2 Qubit

In questo capitolo si introduce e approfondisce il quantum bit o qubit, sistema quantistico a due livelli, con qualche cenno anche dal punto di vista della computazione quantistica. Questo permetterà di apprezzare meglio gli studi e le analisi fatte successivamente. Si sottolinea che nell'ambito di questa tesi i qubit sono utilizzati come sensori ultrasensibili al singolo fotone, applicazione molto diversa rispetto alla computazione quantistica, per questo alcuni dettagli dei qubit, utili nel loro utilizzo nei quantum computer, verranno omessi, concentrandosi sulle proprietà dei qubit che li rendono dispositivi unici per applicazioni come il photon counter.

### a) Richiami di meccanica quantistica

Per spiegare cos'è un qubit servono buone conoscenze di meccanica quantistica, in questa tesi non si pretende di dare una trattazione completa, per la quale si rimanda ad appositi libri [12][13], d'altra parte si ritiene necessario dare almeno brevi cenni e richiami ai concetti principalmente utilizzati nel seguito.

Un qubit si basa principalmente su tre concetti della meccanica quantistica, sovrapposizione, interferenza ed entanglement.

**Sovrapposizione:** Sovrapposizione degli stati possibili. In generale, dati due stati quantistici indicati con  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$ , un sistema fisico può trovarsi in una sovrapposizione di essi, del tipo  $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ . Gli stati  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$ , costituiscono una base, ergo sono ortogonali, quindi la particella o si trova in  $|0\rangle$  o in  $|1\rangle$ , non in entrambi contemporaneamente; la cosa interessante della meccanica quantistica è che la particella

può trovarsi in una sovrapposizione di questi due stati, con una certa probabilità di stare nello stato  $|0\rangle$ , e una certa probabilità di stare nello stato  $|1\rangle$ .

**Interferenza:** fenomeno tipico delle onde, o, in meccanica quantistica, delle funzioni d'onda. Prese due onde di ampiezza  $A_1$  e  $A_2$  rispettivamente, quando le due onde si sovrappongono, si sommano in ampiezza e fase. Se la fase è la stessa (a meno di  $2\pi$  ovviamente), si sommano i punti più alti delle due onde, ottenendo la così detta interferenza costruttiva, con un picco pari a  $(A_1 + A_2)$ . Viceversa, se le due onde hanno fase opposta, il picco di un'onda si cancellerà con il picco dell'altra, ottenendo un segnale piccolissimo  $(A_1 - A_2)$ , si parla in questo caso di interferenza distruttiva. La forma d'onda che si ottiene in uscita prende il nome di pattern di interferenza, caratterizzato dalle frange di interferenza dove si nota l'alternarsi periodico della somma delle onde al variare della fase.

**Entanglement:** fenomeno prettamente quantistico, consiste nella correlazione di due particelle indipendentemente dalla loro locazione spazio-temporale. Per questo molti fisici, come Einstein, la ritenevano impossibile perché apparentemente viola la relatività ristretta e la causalità. Recentemente è stato anche verificato sperimentalmente, correlando lo stato di due fotoni[14]. Non si approfondisce ulteriormente questo concetto molto ampio essendo un argomento complesso non essenziale in questa tesi. Infatti, nella computazione quantistica è il principio alla base delle porte logiche, che sfrutta la sovrapposizione di due qubit correlati tra loro, per rendere effettivo il vantaggio dato dal parallelismo quantistico. In questa tesi non si studia un computer quantistico come già spiegato; pertanto, una trattazione approfondita dell'entanglement risulterebbe fuori dagli scopi della tesi.

Come ultimi richiami di meccanica quantistica si accenna al collasso della funzione d'onda e all'interpretazione di Copenaghen.

**Collasso della funzione d'onda:** Un sistema quantistico è descritto da una funzione d'onda e dall'equazione di Schrodinger, che ne determina lo sviluppo spazio-temporale. In presenza di un osservatore<sup>1</sup> la funzione d'onda viene modificata irreversibilmente. Esprimendo la funzione d'onda come sovrapposizione degli stati, definita opportunamente una base,  $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ , prima della misura, dopo l'osservazione

---

<sup>1</sup>Per osservatore si intende qualsiasi sistema esterno che rilevi e misuri una proprietà della funzione d'onda, come la sua posizione o la sua velocità.

$|\psi\rangle = |0\rangle$  o  $|\psi\rangle = |1\rangle$ . La funzione d'onda collassa lungo un autovalore della base di misura dopo un'osservazione, perdendo l'informazione dello stato che aveva precedentemente ed eventuali proprietà di entanglement. Per esempio, considerando lo spin elettronico e misurando lungo la base  $z$ , l'elettrone può avere qualsiasi spin, ma dopo la misura sarà sempre e solo con spin lungo  $z$ , up o down. Questo concetto è di fondamentale importanza soprattutto nell'ambito di misure di sistemi quantistici, dovendo sempre considerare l'influenza che una misura ha sul sistema in esame.

**Interpretazione di Copenaghen:** Il collasso della funzione d'onda avviene sempre nella base in questione, nell'esempio dell'elettrone spin diretto lungo l'asse  $z$ , ma serve un modo per determinare se il collasso porterà spin up o spin down (è fissata la direzione ma bisogna definire il verso). Dopo numerosi esperimenti, si è arrivati a descrivere questo fenomeno con la cosiddetta interpretazione di Copenaghen. La funzione d'onda che si trovi in una sovrapposizione degli stati  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$ , collasserà in uno stato o l'altro con una certa probabilità data proprio dai coefficienti della sovrapposizione  $\alpha$  e  $\beta$ . Per cui si ha probabilità  $|\alpha|^2$  di trovare il qubit nello stato  $|0\rangle$ , e probabilità  $|\beta|^2$  di trovare il qubit nello stato  $|1\rangle$ , dopo una misura nella base in questione.

Dalla conservazione della probabilità, deve risultare che  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ . Questa teoria suggerisce che è lo stato quantistico stesso ad avere un comportamento probabilistico, da cui la statistica diventa una proprietà intrinseca della meccanica quantistica e non una mancanza di conoscenza o errori sperimentali dovuti all'osservatore.

Questo concetto è essenziale per capire la differenza tra un qubit, bit probabilistico e un bit classico, deterministico.

## b) Qubit

A questo punto si può introdurre più formalmente il concetto di qubit. Il qubit è l'unità fondamentale (dal punto di vista dell'informazione) della computazione quantistica, e consiste in una sovrapposizione degli stati quantistici.

L'informazione è codificata in forma binaria, 0 e 1, sia classicamente, che quantisticamente, i due stati fondamentali vengono indicati come  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$  utilizzando la notazione di Dirac. Pertanto, il qubit sarà rappresentato dal generico stato  $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ . Si noti che nello spazio di Hilbert i due stati binari sono ortogonali tra loro, se il qubit è nello stato  $|0\rangle$  allora non può essere nello stato  $|1\rangle$  e viceversa. Rigorosamente parlando i due stati sono due autostati, eigenstate dello stesso

operatore quantistico, che può essere lo spin elettronico, l'energia, il percorso preso da un fotone, la polarizzazione di un fotone o la corrente superconduttiva. Per tutti questi esempi nel prossimo paragrafo verranno proposte e approfondite alcune realizzazioni pratiche.

Richiamando l'interpretazione di Copenaghen, si interpreta lo stato del qubit in termini di ampiezze di probabilità.

Si può esprimere lo stato del qubit, assodato la base di riferimento, nella forma vettoriale come  $\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$ .

Per esempio lo stato  $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  mentre lo stato  $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Altri due stati molto importanti sono:  $|+\rangle = (|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$  e  $|-\rangle = (|0\rangle - |1\rangle)/\sqrt{2}$ ; spesso sono usati come una nuova base, detta base di Hadamard (per la porta logica omonima).

### c) Sfera di Bloch

Oltre alla rappresentazione vettoriale un altro modo utile e intuitivo per visualizzare lo stato di un qubit è attraverso la sfera di Bloch. La sfera di Bloch, chiamata così dal fisico Felix Bloch, è una rappresentazione grafica dello stato del qubit in coordinate sferiche. Si prende una sfera di raggio unitario, e ogni stato del qubit lo si rappresenta come un punto sulla superficie di questa sfera. Il polo nord e sud corrispondono agli autostati (eigenstate), per convenzione  $|0\rangle$  è il polo nord, e  $|1\rangle$  è il polo sud. Tutti gli altri punti sono sovrapposizioni di questi stati, per esempio i punti all'equatore sono punti con la stessa probabilità di stare in  $|0\rangle$  o  $|1\rangle$  ( $|\alpha|^2 = |\beta|^2$ ).

Qualsiasi coppia di punti diametralmente opposta sulla sfera di Bloch può essere usata come base, essendo stati ortonormali.

Il generico stato  $|\psi\rangle$  si può esprimere nelle coordinate sferiche della sfera di Bloch come:

$$|\psi\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) |0\rangle + i \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{i\phi} |1\rangle \quad (1.2)$$

con  $\theta$  angolo del vettore generico rispetto all'asse z, e  $\phi$  angolo rispetto all'asse x.

### d) Criteri di Di Vincenzo

Il qubit è l'unità base per un quantum computer, tuttavia da solo non

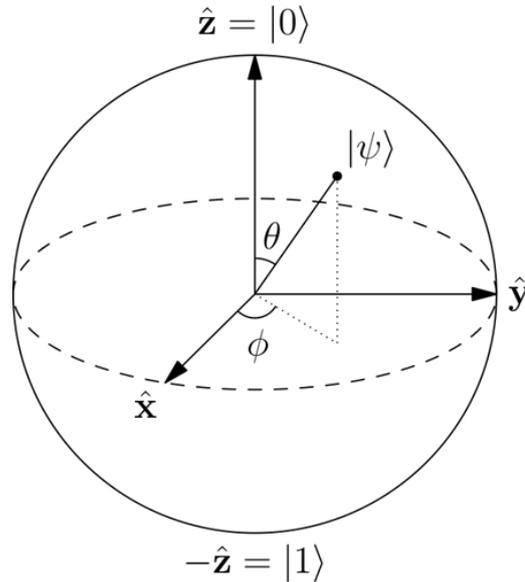


Figura 1.2: Sfera di Bloch. L'asse  $z$  è l'asse di riferimento, dove si effettua la misura. Dopo una misura il qubit si troverà o in  $|0\rangle$  o in  $|1\rangle$ . In figura è rappresentato il generico stato  $\psi$  descritto da  $\theta$  e  $\phi$  in coordinate sferiche. Immagine presa da [15]

è sufficiente. Ci sono diversi problemi da tenere in conto, e si è arrivati a definire dei criteri necessari e sufficienti per realizzare un quantum computer. Questi stessi criteri, a eccezione del 4°, sono gli stessi criteri che servono per realizzare un qubit da utilizzare in un photon counter ad esempio, per questo è bene menzionarli. Essi sono detti criteri di Di Vincenzo[16], e sono i seguenti:

1. Un sistema fisico scalabile con qubit ben definiti
2. Inizializzazione dei qubit
3. Readout dei qubit
4. Saper realizzare (almeno) gli universal quantum gate
5. Lungo tempo di vita

Il primo criterio è abbastanza chiaro, ovviamente servono qubit e serve un sistema ben definito che permetta di lavorarci.

Il secondo criterio insieme al quarto servono per scrivere il qubit. Essendo un'unità di informazione, è di interesse scrivere il qubit (come

si scrive un bit classico, mettendolo a 0 o a 1) per scambiare, processare o salvare dell'informazione. Nel caso del qubit, scriverlo vuol dire metterlo in un qualsiasi stato di sovrapposizione, ovvero scegliere  $\alpha$  e  $\beta$ , ovvero posizionare il qubit a piacimento sulla sfera di Bloch. L'informazione sarà racchiusa proprio nella sua posizione, in  $\alpha$  e in  $\beta$ . Per scrivere dunque serve un modo per muovere lo stato del qubit. Come si vedrà nei successivi capitoli, questo consiste per un qubit superconduttivo, a guidarlo con le oscillazioni di Rabi fino allo stato desiderato. Senza entrare ora nei dettagli, che dipendono dalla particolare tipologia di qubit realizzato, si pensi a questo come delle operazioni geometriche sulla sfera di Bloch, come una rotazione lungo l'asse  $z$ . Esistono infinite operazioni possibili, è di interesse il minor numero possibile di operazioni per manipolare il qubit; quindi, è sufficiente, per esempio, saper ruotare il qubit lungo due direzioni,  $\theta$  e  $\phi$  nella sfera di Bloch. Tuttavia, non sapendo lo stato iniziale sarebbe difficile da posizionare il qubit sulla sfera di Bloch, per questo è essenziale anche l'inizializzazione dei qubit, ovvero essere sicuri del suo stato iniziale. Spesso questa operazione è banale, come nei qubit superconduttivi, dove il qubit tende da solo verso il ground state. Perciò è sufficiente aspettare la giusta quantità di tempo per essere sicuri di trovare tutti i qubit nello stato fondamentale. Altre volte bisogna compiere un'operazione, come nel caso della polarizzazione della luce. Qui va definito lo stato iniziale e vanno polarizzati tutti i fotoni in quel modo. Questo per quanto riguarda un singolo qubit; come anche nella computazione classica bisogna saper operare con più qubit per metterli in relazione, e a livello di informazione significa elaborare o unire le informazioni dei singoli qubit; ovvero effettuare calcoli con i qubit. Questo si fa con le porte logiche dette gate, analoghe ai gate classici (AND, OR etc..) ma con l'estensione di avere anche porte prettamente quantistiche che lavorano sulla fase e sull'entanglement (come la porta Hadamard). Come detto durante la spiegazione dell'entanglement, lavorare con più qubit non è lo scopo di questa tesi, per cui non si approfondirà questa sezione per quanto sia estremamente interessante e importante (Si rimanda al libro di Ray LaPierre per dettagli[17]).

Il terzo criterio consiste nel leggere l'informazione, per estrarre i risultati di un calcolo per esempio. Quantisticamente questa operazione è delicata per quanto detto prima sulle misure; perciò, è stato messo come apposito criterio <sup>2</sup>. Nel caso del photon counter la lettura è

---

<sup>2</sup>Si ricorda che a differenza del caso classico, dove senza problemi è possibile leggere

essenziale a determinare lo stato del qubit, che dà informazioni sulla presenza o meno di un fotone.

Il quinto criterio è uno dei maggiori problemi attualmente. Come detto prima, non vi è modo di accedere all'informazione di un calcolo prima che esso finisca. Questo vuol dire che il qubit deve essere "vivo" per tutta la durata di questo calcolo<sup>3</sup>. Questi sistemi fisici, tuttavia, sono estremamente fragili. L'accoppiamento con il mondo esterno porta una serie di non idealità che riducono la vita del qubit. Quindi, da una parte serve un qubit il più isolato possibile dal mondo esterno, per ridurre rumore e decoerenza, dall'altra serve avere un qubit facilmente controllabile e di facile lettura dall'esterno.

e) **Tempo di vita**

Ci sono due non idealità da tenere in conto per stimare il tempo di vita di un qubit. Per prima cosa bisogna considerare che il qubit nel livello eccitato  $|1\rangle$  tenderà a tornare verso il livello energeticamente conveniente, in presenza di disturbi esterni, per cui tornerà verso il livello fondamentale  $|0\rangle$ . Questo fenomeno è detto rilassamento (o rilassamento longitudinale), essendo un rilassamento energetico avviene con una transizione brusca ma la probabilità di tale evento cresce nel tempo. Considerando ad esempio la probabilità di densità dello stato eccitato,  $|1\rangle$ , essa presenta un decadimento esponenziale. La costante di tempo caratteristica di questo decadimento esponenziale è  $T_1$ , detto tempo di rilassamento. Nella figura 1.3 si rappresenta quanto detto sulla sfera di Bloch.

Altri disturbi provenienti dall'esterno e la presenza di rumore, possono alterare non tanto lo stato del qubit quanto la sua fase. Questo fenomeno, detto dephasing, comporta una perdita dell'informazione racchiusa nella fase; ci si riferisce al dephasing a volta anche con il termine decoerenza, in quanto perdere l'informazione della fase di un qubit implica perdere tutte le proprietà di coerenza anche con gli altri qubit<sup>4</sup>. Questo

---

l'informazione durante i calcoli, in esperimenti con sistemi quantistici non è possibile perché il readout altera lo stato dei qubit e quindi il risultato del calcolo stesso.

<sup>3</sup>Nel photon counter il vincolo è meno stringente rispetto alla computazione quantistica, ma sempre presente. Il qubit deve rimanere "vivo" per tutta la durata dell'esperimento e in particolare durante la lettura.

<sup>4</sup>Analogamente con quanto avviene in ottica nella perdita di fase di un fascio ottico. Un cambio di indice di rifrazione dato dalla temperatura del mezzo, non linearità del mezzo, o altre non idealità possono modificare la fase del fascio perdendo l'informazione racchiusa

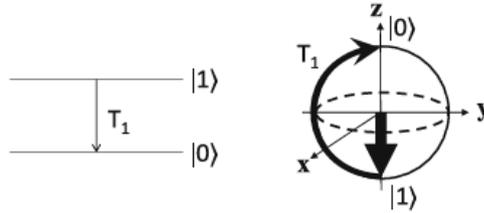


Figura 1.3: Rappresentazione sulla sfera di Bloch del rilassamento longitudinale, che porta il qubit verso il ground state con un tempo caratteristico di  $T_1$ . Immagine presa dal libro[17].

fenomeno è descritto dal tempo di dephasing  $T_\phi$ , e si può rappresentare sulla sfera di Bloch come uno spostamento lungo l'equatore, piano x-y, come in figura 1.4

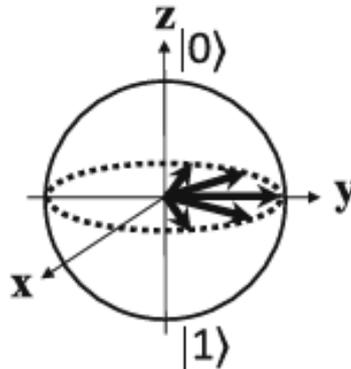


Figura 1.4: Rappresentazione sulla sfera di Bloch del dephasing, che porta il qubit a oscillare lungo l'equatore della sfera di Bloch, con un tempo caratteristico di  $T_\phi$ . Immagine presa dal libro[17].

In generale saranno presenti entrambe le non idealità, di rilassamento e dephasing, ottenendo il cosiddetto transverse relaxation<sup>5</sup>; il che comporta una perdita totale della sovrapposizione degli stati del qubit (e quindi dell'informazione racchiusa in esso). Il transverse relaxation è

in esso, e quindi le proprietà di coerenza utili ad esempio in un interferometro.

<sup>5</sup>Rilassamento trasverso, perché avviene sia lungo l'asse z sia lungo il piano xy.

descritto dal tempo caratteristico  $T_2$ :

$$\frac{1}{T_2} = \frac{1}{2T_1} + \frac{1}{T_\phi} \quad (1.3)$$

Nota: spesso  $T_2$  e  $T_\phi$  verranno confusi nel seguito, perché entrambi danno una stima della decoerenza. Per chiarezza, il tempo caratteristico che verrà misurato con Ramsey sarà  $T_2$ . In molti sistemi  $T_\phi \ll T_1$  per cui spesso  $T_2$  e  $T_\phi$  coincidono. Sulla sfera di Bloch il rilassamento trasverso è una combinazione lineare del rilassamento longitudinale e trasversale, come si vede in figura 1.5

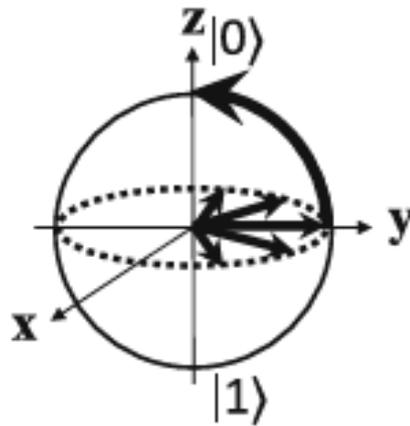


Figura 1.5: Rappresentazione sulla sfera di Bloch del rilassamento trasversale, che porta il qubit a oscillare su tutta la sfera, con una combinazione di oscillazioni lungo l'equatore della sfera di Bloch e lungo l'asse  $z$ , con un tempo caratteristico di  $T_2$ . Immagine presa dal libro[17].

In seguito, nel capitolo 2.1, si vedrà un metodo per misurare questi tempi caratteristici; con le misure , di  $T_1$  schematizzata in figura 1.6, e Ramsey, in figura 1.7 .

In conclusione, calcolato il tempo di vita del qubit, deve risultare che il tempo vita sia maggiore del tempo calcolo, affinché si possa avere un calcolo affidabile. I tempi di vita possono variare in base a moltissimi fattori, quali l'isolamento del qubit, il rumore del sistema e come viene filtrato, la presenza di disturbi, la temperatura esterna e del qubit, e fattore più importante di tutti, come è realizzato il qubit stesso. Infatti, mettendoci allo stato dell'arte di ciascuna tipologia di qubit, ciascun

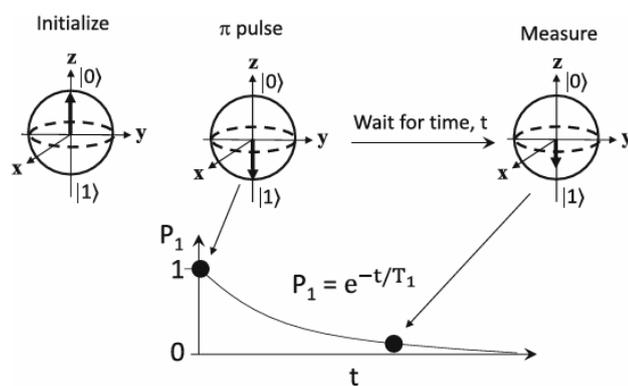


Figura 1.6: misura del tempo caratteristico  $T_1$ . Immagine presa dal libro[17].

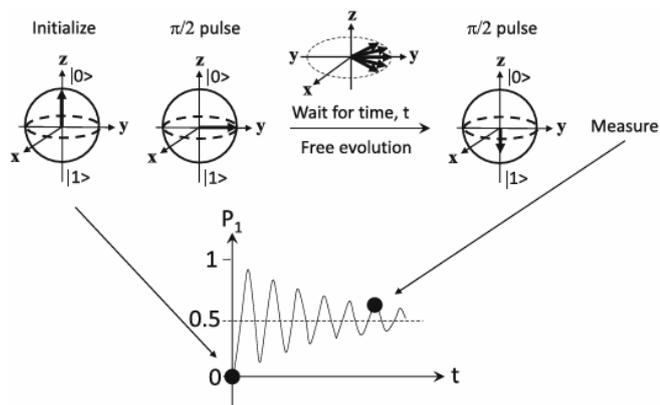


Figura 1.7: Misura del tempo caratteristico  $T_2$ . Immagine presa dal libro[17].

qubit ha un proprio tempo di vita. Si veda la tabella 1.13 per i vari esempi; nei casi d'interesse di qubit superconduttivi si hanno tempi di vita dell'ordine dei microsecondi, e in alcune realizzazioni dell'ordine dei ms.

Nella computazione quantistica, per sopperire a tempi di vita relativamente brevi, si adopera la QEC (quantum error correction) che con una ridondanza di circa 9 bit per qubit logico riesce a eseguire calcoli in modo sufficientemente accurato (secondo quanto esposto da Peter Shor, autore dell'omonimo algoritmo quantistico[18]). In questa tesi non serve un algoritmo di QEC ma il principio rimane comunque valido: adottare più qubit che misurano lo stesso sistema permette di avere due letture indipendenti e quindi migliorare l'affidabilità del single photon counter. si veda la sezione 3.1 e l'immagine 3.2 per maggiori dettagli.

#### f) **Tipi di qubit**

Ci sono diverse tipologie di qubit, a seconda dello stato quantistico scelto come base. I più promettenti ad oggi sono i qubit superconduttivi, insieme a qubit a ioni intrappolati (trapped ion), qubit fotonici, qubit atomici (quantum dot), qubit a vacanza del diamante con centri NV, qubit basati sullo spin, elettronico o nucleare. Vista l'ampiezza dell'argomento, ci si limita qui a dare qualche cenno e a una tabella riassuntiva. Per i dettagli si può consultare il libro di LaPierre, quantum computing[17].

- Qubit superconduttivi, ad oggi i più promettenti per la loro scalabilità, relativa semplicità di realizzazione (perché usa le tecnologie molto sviluppate dei semiconduttori), e la facilità di interfacciamento con l'elettronica, che permette facili e precise manipolazioni del qubit e letture accurate[19]. Come si spiegherà meglio nel seguito, il qubit più diffuso è il transmon, capitolo 1.3, che sfrutta la giunzione Josephson (JJ) per avere un sistema anarmonico, a due livelli. Il problema principale di questi qubit è che devono lavorare a temperature dell'ordine di alcuni mK e che hanno tempi di vita relativamente brevi, dell'ordine delle centinaia di  $\mu$ s.

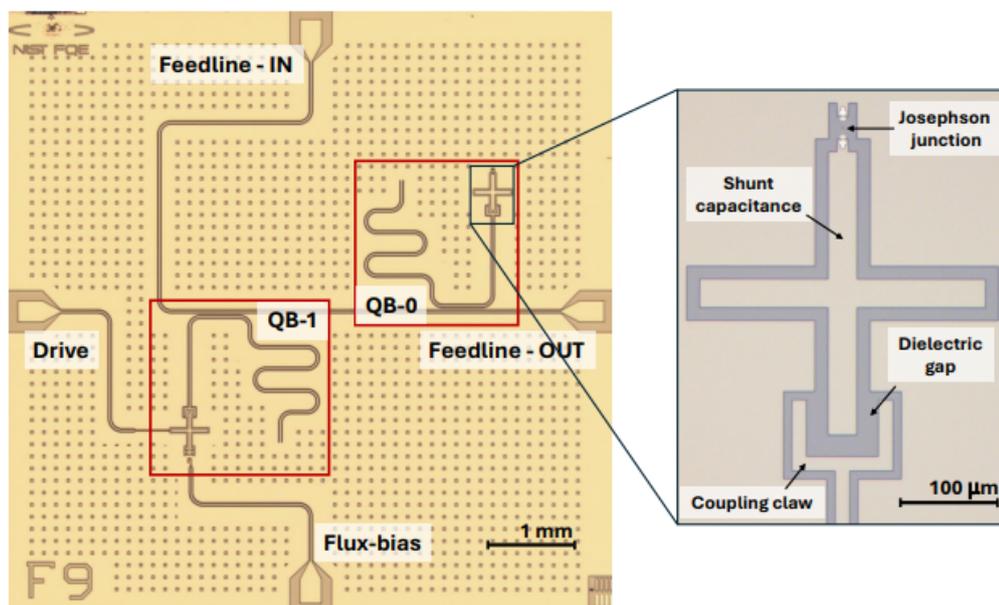


Figura 1.8: Qubit superconduttivo. Circuito planare con due qubit superconduttivi, QB-0 e QB-1 e relativo circuito di scrittura e lettura, realizzato attraverso l'accoppiamento con due risonatori, feedline. Il qubit QB-1 è un transmon tunabile, pilotato dalla linea flux-bias. A destra lo zoom del transmon qubit superconduttivo. Questo sistema è stato progettato da [3] con qiskit-metal, caratterizzato all'INFN[1], e fabbricato dal US National Institute of Standards and Technology (NIST). Immagine presa dall'articolo [3].

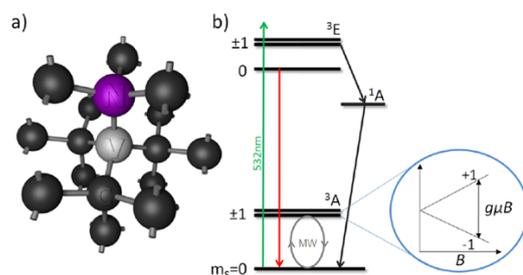


Figura 1.9: qubit realizzato con centri NV nel diamante. a) Struttura reticolare del diamante con difetti vacanze (V) e atomi di azoto (N) b) livelli energetici tipici del qubit NV. Immagine presa dal libro[17].

- Electron Spin resonance e nuclear spin resonance. Sfruttano lo spin elettronico o nucleare come stato quantistico, assegnando una direzione privilegiata (scelta arbitrariamente, che si indica con z solitamente), si indica con spin lungo z up, lo  $|0\rangle$ , e con spin lungo z down  $|1\rangle$ . Ci sono molti modi per realizzare questi qubit, uno dei più promettenti è realizzato drogando atomi di Si con atomi di P, arrivando a tempi di vita di decine di secondi[20]. Il problema principale di questi qubit è la decoerenza, sono molto sensibili al rumore e le proprietà di scala, è molto difficile costruire sistemi con molti qubit e soprattutto controllarli in modi semplici individualmente.
- Centri NV nel diamante: inserendo difetti come delle vacanze (V, mancanza di atomi di C) e atomi di azoto (N) all'interno della struttura cristallina del diamante, si crea un sistema di livelli energetici ottimo per operare come qubit, in cui si controlla e legge lo stato del qubit con misure di spin del nucleo atomico e letture ottiche. Il problema principale di questi qubit è la decoerenza e difficoltà di scala e di controllo sul singolo qubit in un sistema più ampio, ed inoltre sorge il problema di lettura efficace, visto che la fluorescenza dei centri NV, usata per la lettura dello stato del qubit, è molto debole ed affetta anche da imperfezioni nel diamante (che quindi richiede materiali ultra-puri).
- Trapped Ion: Si crea un sistema di ioni intrappolati in un sistema di laser ed elettrodi, con i quali si manipola e legge lo stato del qubit. Sebbene inizialmente fosse una tecnologia molto promettente la difficoltà di scalare il sistema, mettendo più qubit insieme, li ha

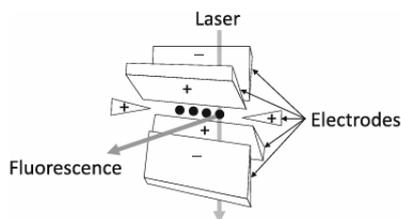


Figura 1.10: qubit a trappola di ioni, trapped ion. Immagine presa dal libro[17].

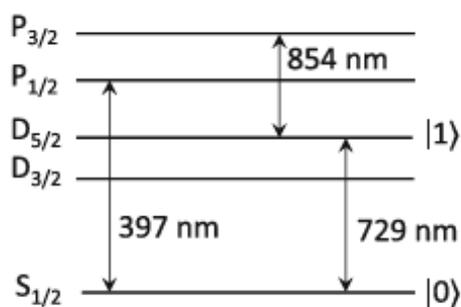


Figura 1.11: Livelli energetici di un qubit a trappola di ioni di  $\text{Ca}^+$ . Immagine presa dal libro[17].

resi poco utili per la computazione quantistica.

- Qubit fotonici. Sfruttano le proprietà dei fotoni come la polarizzazione oppure il percorso del qubit. Sebbene abbiano tempi di vita abbastanza lunghi, e si riescono a controllare bene, è difficile l'interfacciamento con l'elettronica classica e soprattutto è difficile realizzare i gate. Per esempio, in figura 1.12 si riporta una porta CNOT ottica. Per accoppiare i qubit si ha bisogno di elementi non lineari come l'effetto Kerr[21]. Questo però ha perdite considerevoli, quindi non si riescono a realizzare più porte logiche per effettuare calcoli senza attenuare eccessivamente il fotone.

Dati i cenni delle principali tipologie di qubit utilizzati, si presenta un confronto sintetico in tabella 1.13. La prima riga indica l'indice di quanto quella tipologia di qubit sia promettente, in base alla ricerca attuale. La seconda riga dà delle misure legate alla qualità del qubit,

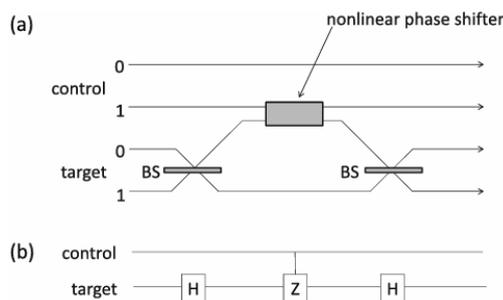


Figura 1.12: a) Qubit fotonico, realizzato considerando il percorso del fotone come stato quantistico. In figura si vede un possibile gate fotonico, ovvero circuito di interazione di due fotoni. Per realizzare accoppiamento tra più fotoni serve un elemento non lineare dato dall'effetto Kerr. b) Il circuito realizzato è una CNOT, il cui modello equivalente è qui rappresentato. Immagine presa dal libro[17].

ovvero tempo di vita e accuratezza dei gate. La terza riga indica in che modo si collegano i qubit tra loro, per esempio i superconduttivi possono connettersi solo tra qubit vicini, mentre i qubit fotonici possono accoppiarsi e mantenere l'entanglement anche a grandissime distanze, permettendo una connettività tra tutti i qubit. Poi nelle righe successive vengono presentati pro e contro di ciascuna tipologia. Infine, come ultima riga sono presenti le maggiori aziende ed enti di ricerca che stanno sviluppando tale tecnologia. Com'è noto, IBM e Google sono le compagnie che hanno ottenuto i risultati più importanti nei calcoli quantistici, raggiungendo la cosiddetta supremazia quantistica, usando proprio qubit superconduttivi.

### 1.3 Transmon qubit

A questo punto si descrive più nel dettaglio il qubit e il suo funzionamento. Verranno sottolineate le sue proprietà peculiari che lo rendono adatto ad applicazioni come il photon counter. Quindi l'analisi si concentrerà molto sulla sua rappresentazione circuitale.

#### a) Circuito del potenziale armonico

Andando a descriverlo più nel dettaglio, si consideri un circuito elettrico che si comporti come un oscillatore armonico, un circuito LC come

## Exhibit 6 - The Current State of Progress of the Leading Hardware Technologies

	Superconductors	Ion traps	Photonics	Quantum dots	Cold atoms	
<b>% of potential users who consider technology "promising"</b>	61%	35%	34%	26%	16%	
<b>Qubit quality<sup>1</sup></b>	Qubit lifetime	~1 ms	~50+ s	N/A	~1-10 s	~1 s
	Gate fidelity	~99.6%	~99.9%	~99.9%	~99%	~99%
	Gate operation time	~10-50 ns	~1-50 $\mu$ s	~1 ns	~1-10 ns	~100 ns
<b>Connectivity</b>	Nearest neighbors	All-to-all	All-to-all <sup>2</sup>	Nearest neighbors	Near neighbors	
<b>Strengths</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Engineering maturity</li> <li>✓ Scalability<sup>3</sup></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Stability</li> <li>✓ Gate fidelity</li> <li>✓ Connectivity</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Horizontal scalability</li> <li>✓ Established semiconductor tech</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Stability</li> <li>✓ Established semiconductor tech</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Horizontal scalability</li> <li>✓ Connectivity</li> </ul>	
<b>Challenges</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✗ Near absolute zero temperatures</li> <li>✗ Connectivity limitation in 2D</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✗ Gate operation times</li> <li>✗ Horizontal scaling beyond one trap</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✗ Noise from photon loss</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✗ Requires cryogenics</li> <li>✗ Nascent engineering</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✗ Gate fidelity</li> <li>✗ Gate operation time</li> </ul>	
<b>Example players</b>	IBM, Google	Honeywell, IonQ	PsiQuantum, Xanadu	Intel, SQC	ColdQuanta, Pasqal	

Figura 1.13: tabella di confronto tra le diverse tipologie di qubit. Tabella presa dall'articolo [22].

in figura 1.14. Esso è un oscillatore armonico perché l'energia elettrica oscillerà da energia magnetica immagazzinata nell'induttore a energia elettrica di carica nel condensatore. In questo caso è utile considerare l'energia nell'induttore in termini di flusso immagazzinato in esso,  $\phi$ .

Per cui si scrive l'energia come  $E = Q^2/2C + \phi^2/2L = n\hbar\omega_0$ ; dove  $L$  e  $C$  sono rispettivamente l'induttanza e la capacità del circuito,  $Q$  è la carica immagazzinata nel condensatore. Nell'ultimo passaggio si è quantizzata l'energia in termini del numero di fotoni presenti nel sistema alla frequenza di risonanza, e  $n \in \mathbb{N}$ , con  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ .

Ricordando che il flusso si lega alla tensione e quindi alla carica nel condensatore,  $V = \dot{\phi}$ ,  $Q = CV = C\dot{\phi}$ , l'energia quindi diventa  $E = (C[\dot{\phi}]^2)/2 + \phi^2/2L$ .

Riprendendo la trattazione dal libro di testo di meccanica quantistica[13], si vede come l'oscillatore armonico si può rappresentare in termini generali con una trattazione tramite gli operatori. Si scrive l'hamiltoniana

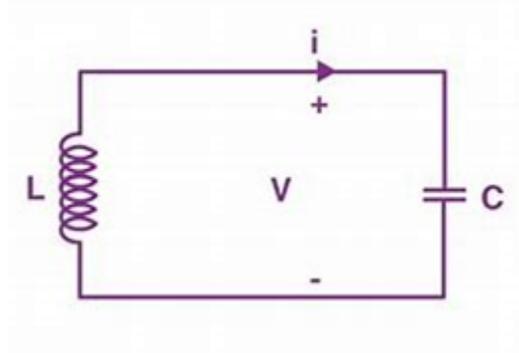


Figura 1.14: Oscillatore armonico classico, composto da un induttore e un condensatore. Immagine presa dal sito <https://www.caretxdigital.com/lc-oscillator-circuit-diagram/>.

del sistema come:

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2\hat{x}^2 \quad (1.4)$$

dove  $\hat{p}$  è l'operatore di quantità di moto,  $\hat{x}$  è l'operatore della posizione,  $m$  è la massa dell'oscillatore e  $\omega$  la sua pulsazione. Si definiscono gli operatori di aumento e diminuzione  $a$  e  $a^\dagger$ , come:

$$a_\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \left( \frac{m\omega}{\hbar} \right)^{1/2} x \mp i \frac{p}{(m\hbar\omega)^{1/2}} \right) \quad (1.5)$$

valendo la relazione di commutazione  $[a, a^\dagger] = 1$ .  
L'hamiltoniana diventa:

$$\hat{H} = \hbar\omega(\hat{a}\hat{a}^\dagger + 1/2) = \hbar\omega(\hat{N} + 1/2) \quad (1.6)$$

Dove si è posto  $\hat{N} = \hat{a}\hat{a}^\dagger$ .

Usando l'algebra lineare si trova che

$$\hat{H}a_\pm|E\rangle = (E \pm \hbar\omega)a_\pm|E\rangle \quad (1.7)$$

Questo implica che applicando questi operatori ad un autostato si trova ancora un autostato con autovalore  $E \pm \hbar\omega$ , ovvero applicando l'operatore di aumento l'autovalore passa allo stato successivo, e applicando l'operatore di diminuzione passa allo stato precedente. Da cui il nome di questi operatori.

Nel contesto del photon counter, e in generale in contesti dove gli autovalori rappresentano delle particelle quantistiche, aumentare o diminuire l'autovalore equivale a creare o distruggere un fotone, per questo vengono denominati anche come operatori di creazione e annichilazione.

Tornando all'equazione di un oscillatore armonico, si noti come i livelli quantizzati siano equispaziati. Eccitando l'oscillatore con un fotone si passa da un livello al successivo, ovvero applicando l'operatore di creazione  $a$ , per qualsiasi livello di partenza. Tuttavia, per avere un qubit servono solo due livelli, altrimenti il sistema diventerebbe ingestibile. In particolare, sarebbe d'interesse avere soltanto i primi due livelli energetici, così da usare il livello fondamentale come ground state e il primo livello eccitato come livello 1.

Si deve essere sicuri che eccitando con uno o più fotoni, il qubit passi al livello 1, ma non passi al livello 2 o superiori, qualsiasi sia la potenza inviata, ovvero qualsiasi sia il numero di fotoni inviati. Serve un potenziale che non sia più armonico, con livelli energetici equispaziati, ma un potenziale anarmonico, con livelli energetici separati da diversi gap, come in figura 1.15.

Per esempio, in un potenziale anarmonico, per passare dal livello 0 al livello 1, servirà un fotone con una certa frequenza, ovvero energia  $\hbar\omega_{01}$ , mentre per eccitare il secondo livello servirà un fotone con una frequenza diversa dal precedente, ed energia  $\hbar\omega_{02}$ .

#### b) **Circuito del potenziale anarmonico**

Questo potenziale anarmonico si riesce a realizzare grazie alla non-linearità introdotta dalla giunzione Josephson, spiegata nel dettaglio nel prossimo capitolo 1.4, e che qui si considera per le sue proprietà di elemento circuitale con induttanza non lineare.

In riferimento all'oscillatore armonico precedentemente analizzato si realizza lo stesso circuito LC, dove ora l'induttore è dato dall'induttanza non-lineare della giunzione Josephson. Mettendo in parallelo alla JJ un condensatore si ottiene l'oscillatore alla frequenza d'interesse.

Per descriverlo analiticamente si parte dalle equazioni di Josephson; considerando  $I$  la corrente che scorre nella giunzione,  $V$  la tensione ai capi della giunzione,  $I_0$  la corrente critica della giunzione,  $\Phi_0$  il quanto di flusso e  $\gamma$  la differenza di fase tra i superconduttori della giunzione, si richiamano qui le equazioni di Josephson:

$$\begin{cases} I = I_0 \sin \gamma \\ V = \frac{\phi_0}{2\pi} \times \dot{\gamma} \end{cases} \quad (1.8)$$

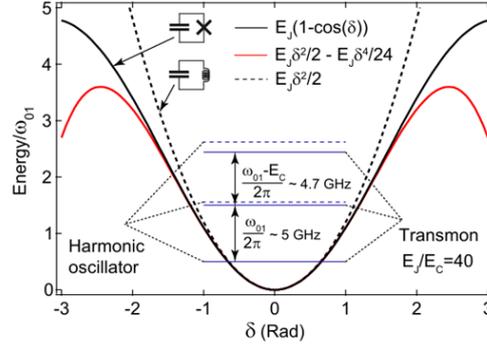


Figura 1.15: Rappresentazione di un potenziale anarmonico, tipico di un transmon. Sono riportati anche i livelli energetici per dare un'idea dell'anarmonicità, ed è presente l'involuppo quadratico, potenziale armonico, in linea tratteggiata. Immagine presa dall'articolo[23].

Da definizione si ricava l'induttanza:  $V = L \frac{dI}{dt}$ , sostituendo le equazioni 1.8, diventa

$$\frac{\phi_0}{2\pi} \times \dot{\gamma} = LI_0 \cos \gamma \dot{\gamma} \quad (1.9)$$

Si ottiene quindi l'induttanza della giunzione Josephson:

$$L = \frac{\phi_0}{2\pi I_0 \cos \gamma} = \frac{L_{J0}}{\cos \gamma} \quad (1.10)$$

Dove  $L_{J0}$  è l'induttanza in assenza di corrente. Si può esplicitare la dipendenza dalla corrente, richiamando l'equazione della corrente 1.8

$$L = \frac{L_{J0}}{\sqrt{1 + (\frac{I}{I_0})^2}} \quad (1.11)$$

Dove si vede la non linearità di L, che dipende da I.

L'energia immagazzinata nell'induttore si calcola da definizione considerando l'integrale del prodotto corrente tensione nel tempo, come in[23]:

$$U_J = \int_{-\infty}^t I(t')V dt' = \frac{\Phi_0}{2\pi} I_0 (1 - \cos \gamma) = E_J (1 - \cos \gamma) \quad (1.12)$$

Con  $E_J = \frac{\Phi_0}{2\pi} I_0$  è l'energia immagazzinata nell'induttore quando  $\gamma = \pi/2$

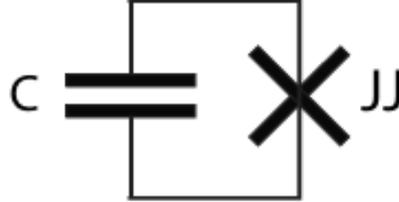


Figura 1.16: Circuito base del transmon, una giunzione Josephson in parallelo a un condensatore, con capacità relativamente elevata tale che  $E_J \gg E_C$ . Immagine presa dall'articolo[23].

c) **Transmon qubit**

Il fatto che  $L_J$  dipenda dalla corrente che scorre nella giunzione rende le JJ degli interessanti elementi non-lineari. Sono ottimi per la realizzazione di un qubit. In particolare, si può mettere in parallelo una JJ con una capacità per avere un oscillatore anarmonico, che come già spiegato è essenziale per avere un qubit con due livelli energetici<sup>6</sup>. Si va a studiare l'energia totale del circuito in figura 1.16.

L'energia del sistema si scrive con l'hamiltoniana:

$$H_{trans} = \frac{Q^2}{2C} + E_J(1 - \cos \gamma) \quad (1.13)$$

Conviene rappresentare la carica immagazzinata nel condensatore in termini di numero di coppie di Cooper,  $Q = 2em$ , con  $m$  intero positivo, definendo  $E_C$  l'energia immagazzinata negli elementi capacitivi del transmon. L'energia totale del circuito si riscrive sostituendo  $Q$  nell'equazione 1.13

$$H_{trans} = 4E_C m^2 + E_J(1 - \cos \gamma) \quad (1.14)$$

Passando all'analogo meccanico dell'oscillatore (an)armonico, il primo termine nell'equazione 1.14 è l'energia cinetica immagazzinata nel condensatore e l'ultimo termine è l'energia potenziale immagazzinata nella

<sup>6</sup>Il qubit ha infiniti livelli energetici non equispaziati, nel regime transmon, data l'anarmonicità elevata e il punto di lavoro solo nei livelli  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$  si può considerare il transmon qubit come un sistema a solo due livelli.

JJ (induttore). Come spesso si calcola in meccanica quantistica, anche qui si procede nella quantizzazione promuovendo momento e posizione a operatori. Si riscrive a questo punto l'hamiltoniana quantizzata del circuito del qubit come:

$$\hat{H}_{trans} = 4E_C \hat{m}^2 + E_J(1 - \cos \hat{\gamma}) \quad (1.15)$$

Per trovare le transizioni energetiche del transmon ci servono gli autovalori e gli autostati di questa hamiltoniana.

Si procede utilizzando gli operatori di creazione e annichilazione, e si procede con l'approssimazione del regime transmon, ovvero  $E_J/E_C \gg 1$ . Questo serve per garantire il corretto funzionamento del transmon, con più energia immagazzinata nell'elemento induttivo, che garantisce una più elevata anarmonicità tra i livelli energetici successivi, e rende il dispositivo maggiormente robusto contro disturbi esterni di fluttuazione di carica. Una volta applicata l'approssimazione di regime transmon si espande in serie di Taylor la hamiltoniana per scriverla come la hamiltoniana di un oscillatore armonico e un termine non lineare.

Le relazioni utili che si trovano dopo questa trattazione sono la transizione energetica tra il livello fondamentale e il primo livello eccitato:  $\hbar\omega_{01} = \sqrt{8E_J E_C} - E_C$ ; e l'anarmonicità, definita come  $h\alpha = E_C = \frac{e^2}{2C}$ . Il fattore dell'anarmonicità è essenziale per avere una buona separazione tra i livelli energetici, in modo che sia possibile distinguere, con bassa probabilità di errore, il livello 1 dal livello 2 e successivi. Tipici valori dell'anarmonicità sono intorno ai 300 MHz, e tipici valori della spaziatura dei livelli energetici sono  $\omega_{01} = 5 \text{ GHz}$ , per cui  $\omega_{12} = 4.7 \text{ GHz}$ . In questo modo un segnale di eccitazione (un fotone) a 5 GHz ecciterà il qubit verso lo stato 1 ma, per quanto intenso possa essere, non riuscirà a portare il qubit nello stato 2 (né tanto meno negli stati successivi). Questo permette di lavorare con il transmon qubit come un sistema solo a due livelli, potendo trascurare gli altri, il che è essenziale per tutte le trattazioni successive<sup>7</sup>.

Si riscrive l'energia del sistema, quantizzata con  $n \in \mathbb{N}$ :

$$E_n = \hbar\omega_J n - \frac{1}{12} E_C (6n^2 + 6n + 3) \quad (1.16)$$

La differenza energetica tra due livelli consecutivi si può calcolare dalla

---

<sup>7</sup>Si pensi alla sfera di Bloch che vale fintantoché esistono due e solo due livelli ortogonali, e alla manipolazione del qubit sperimentale, sia in scrittura che in lettura con le oscillazioni di Rabi, che non varrebbero se il sistema fosse libero di passare in altri stati a parità di eccitazione.

precedente equazione 1.16 scrivendola per  $n$  e per  $n+1$ :

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \hbar\omega_J - E_C(n+1) \quad (1.17)$$

A questo punto, una volta descritto il qubit, bisogna trovare una procedura per controllarlo, sia in scrittura che in lettura. Se si collega il qubit, oscillatore anarmonico, con un oscillatore armonico, classico, si riesce a pilotare la dinamica del qubit e a leggerne lo stato accedendovi tramite l'oscillatore classico. In riferimento alla figura 1.17 il collegamento è realizzato di tipo capacitivo, così che scegliendo il valore della capacità di collegamento,  $C_g$ , si determina la forza dell'accoppiamento tra i due oscillatori.

Per descrivere analiticamente il sistema in figura 1.17, si devono considerare i livelli energetici dell'oscillatore armonico. L'hamiltoniana del sistema è una matrice  $n \times n$ :

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \hbar\omega & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 2\hbar\omega & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & n\hbar\omega \end{pmatrix} \quad (1.18)$$

L'evoluzione temporale è data dalla legge:

$$|n(t)\rangle = e^{-i\frac{E_n}{\hbar}t} |n(0)\rangle \quad (1.19)$$

In presenza di un'interazione, l'energia del risonatore armonico salta da uno stato all'altro,  $H$  non è più diagonale, e per trovare l'evoluzione temporale va diagonalizzata.

Il qubit, risonatore anarmonico, è invece rappresentato dalla matrice hamiltoniana  $2 \times 2$ , essendo a due livelli. È utile rappresentarla con le note matrici di Pauli, in particolare con

$$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1.20)$$

Così che l'hamiltoniana del qubit diventa:

$$H = -\frac{\hbar\omega_q}{2}\sigma_z \quad (1.21)$$

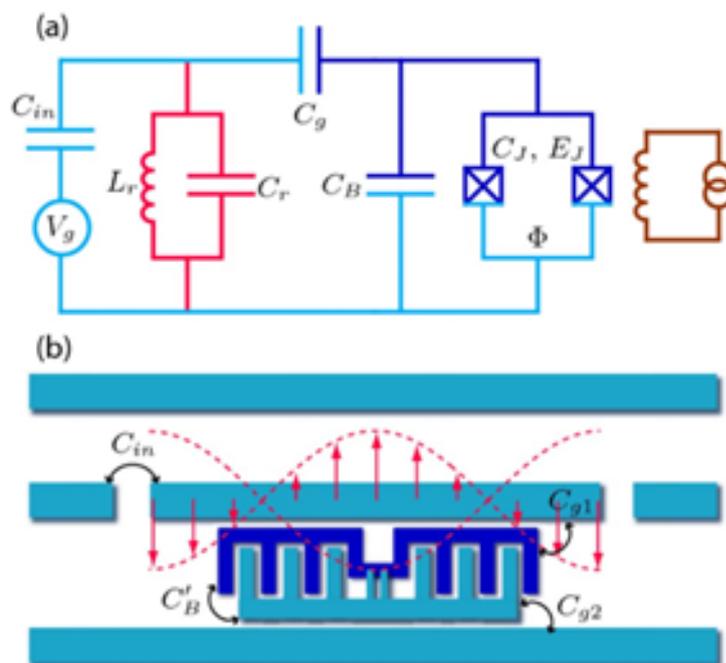


Figura 1.17: a) Circuito di un transmon, con circuiteria di pilotaggio e controllo. In particolare sulla sinistra si vede il circuito rosso, risonatore armonico classico per la lettura e scrittura del qubit. questo è accoppiato all'oscillatore anarmonico del transmon attraverso la capacità di accoppiamento  $C_g$ . Il transmon è collegato in parallelo alla capacità  $C_B$ , e si nota che è costituito da due JJ in parallelo. Questo indica un transmon tunabile, ovvero di fatto uno SQUID, che viene fatto lavorare come una JJ con corrente critica variabile. Il controllo di questo parametro è fatto attraverso il flusso concatenato, dato dal circuito in marrone in figura.

b) Realizzazione planare del transmon con capacità mostrate, per ottenere valori di capacità più elevate si usa la configurazione a capacità interdigitate mostrata in figura.

Immagine presa dall'articolo [24]

Dove  $H$  è stata definita ponendo lo zero dell'energia in mezzo ai due stati. Di solito si lavora nel regime di basso accoppiamento, così da mantenere pressappoco inalterate le proprietà dei due oscillatori, specialmente del qubit, essendo estremamente sensibile. In questo regime l'accoppiamento piccolo si ottiene scegliendo valori della capacità di accoppiamento piccoli, in riferimento alla figura 1.17:  $C_g \ll C_B, C_R$ , con  $C_g$  capacità di accoppiamento tra risonatore armonico classico e risonatore anarmonico del qubit,  $C_B$  è la capacità del transmon qubit,  $C_R$  è la capacità del risonatore armonico classico. Questa approssimazione oltre a essere utile a livello fisico permette di semplificare la trattazione anche dal punto di vista matematico, potendo studiare il sistema qubit e oscillatore accoppiati come somma dei due oscillatori separati con una piccola correzione dovuta all'interazione. Si scrive quindi l'energia del sistema come:

$$E = \left( \frac{Q_R^2}{2C_R} + \frac{\phi_R^2}{2L_R} \right) + \left( \frac{Q_J^2}{2C_J} - E_J \cos \frac{2\pi\phi_J}{\phi_0} \right) + \frac{1}{2}C_g(\dot{\phi}_J - \dot{\phi}_R)^2 \quad (1.22)$$

E ricordando le precedenti quantizzazioni per il primo e secondo termine, si riscrive l'energia quantizzata:

$$E = \hbar\omega_R N_R + \hbar\omega_J N_J + \frac{1}{2}C_g(\dot{\phi}_J - \dot{\phi}_R)^2 \quad (1.23)$$

Dove il primo termine tiene conto del transmon qubit, il secondo del risonatore, e l'ultimo termine dell'accoppiamento tra queste due.

Per quantizzare l'ultimo termine si considera l'energia di interazione

$$E_{INT} = \frac{1}{2}C_C(\dot{\phi}_J - \dot{\phi}_R)^2 = \frac{1}{2}C_C \left( \frac{Q_J^2}{C_J^2} + \frac{Q_R^2}{C_R^2} - 2\frac{Q_J Q_R}{C_J C_R} \right) \quad (1.24)$$

Ora si espande sfruttando l'approssimazione di accoppiamento debole:

$$E_{INT} \approx -\frac{C_C}{C_J C_R} Q_J Q_R \quad (1.25)$$

Le cariche  $Q_J$  e  $Q_R$  si possono scrivere in termini di operatori di creazione e annichilazione:

$$Q_J = -i\sqrt{\frac{\hbar}{2Z_J}}(\sigma_+ e^{-i\omega_q t} - \sigma_- e^{i\omega_q t}) \quad (1.26)$$

$$Q_R = -i\sqrt{\frac{\hbar}{2Z_R}}(ae^{-i\omega_R t} - a^\dagger e^{i\omega_R t}) \quad (1.27)$$

dove  $Z_R$  e  $Z_J$  indicano l'impedenza equivalente del risonatore e della giunzione, rispettivamente. Senza riscrivere il termine dell'energia di interazione, sostituendo le equazioni delle cariche 1.26 e 1.27 nell'equazione 1.25, si semplifica la notazione definendo due parametri utili sia come notazione sia nei calcoli pratici durante le misure:

$$\beta = \frac{C_C}{C_J C_R} \quad (1.28)$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{\hbar\omega_R}{2C_R}} \quad (1.29)$$

Da cui si definisce il coefficiente di accoppiamento  $g_{01}$  come

$$\hbar g_{01} = 2\beta e V_{rms} \left( \frac{E_J}{32E_C} \right)^{1/4} \quad (1.30)$$

Il coefficiente di accoppiamento,  $g_{01}$ , ha le dimensioni di una frequenza, ed indica il rate con il quale si scambiano energia i due oscillatori.

A questo punto si introduce un'ulteriore approssimazione, RWA (rotating wave approximation) che consiste nel trascurare i termini con oscillazioni troppo veloci<sup>8</sup>, come per esempio al doppio della frequenza di risonanza, perché in pratica le oscillazioni troppo rapide non hanno effetti in media su un periodo di osservazione.

Sfruttando questa approssimazione l'hamiltoniana del sistema si può riscrivere nel seguente modo, sfruttando la trattazione di Jaynes Cumings che si può trovare nell'articolo [23] e gli operatori di creazione e annichilazione precedentemente definiti nella formula 1.5:

$$H_{JC} = \omega_R(\hat{a}\hat{a}^\dagger + 1/2) - \frac{1}{2}\omega_q\sigma_z - g_{01}(\hat{a}^\dagger\sigma_- + \hat{a}\sigma_+) \quad (1.31)$$

Qui il primo termine rappresenta l'hamiltoniana associata alla cavità, il secondo termine l'hamiltoniana del qubit, l'ultimo termine tiene conto dell'accoppiamento tra qubit e risonatore.

Si trova quindi l'energia di interazione quantizzata, e l'energia totale del sistema diventa:

$$E = \hbar\omega_R N_R + \hbar\omega_J N_J + \hbar g_{01}(\hat{a}^\dagger\sigma_- + \hat{a}\sigma_+) \quad (1.32)$$

---

<sup>8</sup>Approssimazione usata molto spesso in ottica.

Ora si può diagonalizzare per parti l'hamiltoniana dividendola in blocchi. Si nota che  $H$  è costituita da blocchi di sotto matrici  $2 \times 2$  disposte lungo la diagonale, per cui è sufficiente diagonalizzare ciascuna di queste sotto matrici per diagonalizzare l'hamiltoniana. Si scrive la generica sotto matrice  $n+1$  come:

$$H_{N+1} = \hbar\omega_R \begin{pmatrix} N+1 & 0 \\ 0 & N \end{pmatrix} - \frac{\hbar\omega_q}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \hbar g_{01} \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{N+1} \\ \sqrt{N+1} & 0 \end{pmatrix} \quad (1.33)$$

Avendo definito il numero di fotoni  $N = aa^\dagger$ . Ovvero, mettendo i vari termini insieme in un'unica matrice:

$$H_{N+1} = \hbar \begin{pmatrix} (N+1)\omega_R - \frac{\omega_q}{2} & g_{01}\sqrt{N+1} \\ g_{01}\sqrt{N+1} & (N+1)\omega_R + \frac{\omega_q}{2} \end{pmatrix} \quad (1.34)$$

e si può diagonalizzare questa matrice  $2 \times 2$ , per ogni  $N$ , così da aver diagonalizzato la matrice relativa all'hamiltoniana del sistema.

In particolare, sono d'interesse due casi dell'interazione, la scrittura del qubit e la lettura dello stato del qubit. Essi si differenziano in base al detuning,

$$\omega_q - \omega_R = \Delta \quad (1.35)$$

ovvero la differenza tra le frequenze di risonanza dei due oscillatori (classico armonico e quantistico anarmonico).

d) **Scrittura**

$\Delta = 0$ , non c'è detuning,  $\omega_R = \omega_q$ , si mettono i due oscillatori in risonanza. A questo punto si può diagonalizzare la matrice e trovare l'evoluzione temporale del qubit. Usando la notazione di Dirac prodotto bra-ket si calcola la probabilità che al tempo  $t$  il qubit popoli lo stato eccitato  $|1\rangle$ . Di seguito si riportano i calcoli ispirati agli articoli [25][26][27][28][29].

L'hamiltoniana del sistema diventa:

$$H_{N+1} = \hbar\omega_R \left( N + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 2g_{01}\sqrt{N+1} \\ 2g_{01}\sqrt{N+1} & 0 \end{pmatrix} \quad (1.36)$$

e si trovano gli autovalori, usando la nota procedura  $H_{N+1} - \lambda I$ , con  $I$

matrice identità,

$$E_+ = (N + 1)\hbar\omega_R + \hbar g_{01}\sqrt{N + 1} \quad (1.37a)$$

$$E_- = (N + 1)\hbar\omega_R - \hbar g_{01}\sqrt{N + 1} \quad (1.37b)$$

Si definiscono gli stati  $|+\rangle$  e  $|-\rangle$ :

$$\begin{cases} |+\rangle = (|N + 1, 0\rangle + |N, 1\rangle)\frac{1}{\sqrt{2}} \\ |-\rangle = (|N + 1, 0\rangle - |N, 1\rangle)\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \quad (1.38)$$

invertendo si ottiene, semplificando la notazione per semplicità di lettura:

$$\begin{cases} |0\rangle = \frac{|+\rangle + |-\rangle}{\sqrt{2}} \\ |1\rangle = \frac{|+\rangle - |-\rangle}{\sqrt{2}} \end{cases} \quad (1.39)$$

Ricordando l'evoluzione temporale dello stato di un qubit, dall'equazione generica 1.19:

$$|+, t\rangle = |+, 0\rangle e^{-\frac{iE_+}{\hbar}t} \quad (1.40)$$

si ricava l'evoluzione temporale degli stati  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$ , sostituendo l'equazione 1.40 nel sistema 1.39:

$$\begin{cases} |0, t\rangle = \frac{|+, 0\rangle e^{-\frac{iE_+}{\hbar}t} + e^{-\frac{iE_-}{\hbar}t} |-, 0\rangle}{\sqrt{2}} \\ |1, t\rangle = \frac{|+, 0\rangle e^{-\frac{iE_+}{\hbar}t} - e^{-\frac{iE_-}{\hbar}t} |-, 0\rangle}{\sqrt{2}} \end{cases} \quad (1.41)$$

Nota l'evoluzione temporale di un qubit pilotato con un segnale di drive, si può calcolare la probabilità che il qubit passi da uno stato all'altro. Per far questo si devono prendere le formule dell'evoluzione temporale dei due stati in questione 1.41 ed effettuare il prodotto bra-ket, sfruttando l'algebra vettoriale nella notazione di Dirac. La probabilità che il qubit passi dallo stato  $|0\rangle$  allo stato  $|1\rangle$  al tempo  $t$  è:

$$\begin{aligned} P(1) &= |\langle 1|0, t\rangle|^2 = \\ &= \left| \frac{\langle +||+\rangle e^{-\frac{iE_+}{\hbar}t} - \langle +||-\rangle e^{-\frac{iE_-}{\hbar}t} + \langle -||+\rangle e^{-\frac{iE_+}{\hbar}t} - \langle -||-\rangle e^{-\frac{iE_-}{\hbar}t}}{2} \right|^2 \end{aligned} \quad (1.42)$$

Gli stati  $|+\rangle$  e  $|-\rangle$  sono ortonormali, da cui, per esempio, il prodotto  $\langle +||-\rangle = 0$  mentre  $\langle +||+\rangle = 1$ . Si continuano i calcoli 1.42

$$P(1) = |\langle 1||0, t\rangle|^2 = \left| \frac{e^{-\frac{iE_+}{\hbar}t} - e^{-\frac{iE_-}{\hbar}t}}{2} \right|^2 \quad (1.43)$$

Usando gli autovalori della formula 1.37, si ottiene:

$$P(1) = \left| e^{-i(N+1)\omega_R t} \frac{e^{-ig_{01}\sqrt{N+1}t} - e^{ig_{01}\sqrt{N+1}t}}{2} \right|^2 = \sin^2(g_{01}\sqrt{N+1}t) \quad (1.44)$$

Che si riscrive come:

$$P(1) = \sin^2(g_{01}\sqrt{N+1}t) = \sin^2\left(\frac{\omega_{Rabi}}{2}t\right) \quad (1.45)$$

Dove la pulsazione  $\omega_{Rabi} = 2g_{01}\sqrt{N+1}$  è la pulsazione di Rabi, che determina l'oscillazione dello stato del qubit quando è pilotato da un risonatore esterno<sup>9</sup>.

In altre parole, inviando un segnale alla frequenza del qubit, si riesce a indurre un cambio di stato del qubit, muovendo il vettore della sfera di Bloch, con una dinamica che oscilla alla frequenza di Rabi.

In figura 1.18 si vedono le oscillazioni di Rabi descritte dall'equazione 1.45.

Si noti come preparato il qubit nello stato  $|0\rangle$ , inizialmente è impossibile che si trovi nello stato  $|1\rangle$  essendo i due stati ortogonali. Dopo mezzo periodo è invece sicuro che il qubit sia passato allo stato  $|1\rangle$ . Similmente, aspettando tempi diversi, si riesce a portare il qubit in una qualsiasi sovrapposizione degli stati.

Si è quindi in grado di scrivere il qubit, portandolo nello stato desiderato aspettando la giusta quantità di tempo. Ricordando i criteri di Di Vincenzo, dal capitolo 1.2, esso costituisce il criterio essenziale dell'inizializzazione e manipolazione del qubit (un gate a singolo qubit, perché non sono d'interesse gate a più qubit in questa tesi).

---

<sup>9</sup>Come si vede da una trattazione più completa, come nell'articolo [23], compare una costante moltiplicativa nella formula 1.45, che vale 1 se il detuning è nullo, come in questo caso, altrimenti è sempre minore di 1. Questo implica che la probabilità massima di arrivare nello stato  $|1\rangle$  si riduce. Questo tiene conto di casi non ideali con accoppiamento non perfetto.

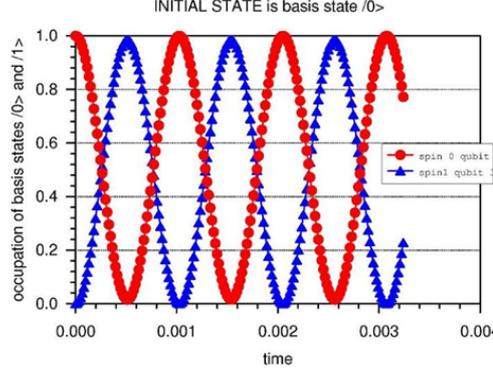


Figura 1.18: Oscillazioni di Rabi. In ascisse il tempo, in ms. In ordinate la probabilità di occupazione dello stato  $|0\rangle$ , in rosso, e  $|1\rangle$  in blu. Immagine presa dal sito <https://www.gerold-doyen.de/n003.html>.

e) **Letture**

Per la lettura è utile avere detuning elevato  $\omega_q - \omega_R = \Delta \gg g_{01}$  per entrare nel cosiddetto regime dispersivo.

Prima di procedere è utile riscrivere l'hamiltoniana del sistema nel seguente modo:

$$\hat{H}_{dis} = (\omega_R - \chi\sigma_z)a^\dagger a - \frac{1}{2}\omega_q\sigma_z \quad (1.46)$$

Che vuol dire che il qubit, rappresentato dall'ultimo termine, e la cavità, rappresentata dal primo termine, interagiscono attraverso l'hamiltoniana data dal termine centrale, subendo uno shift in frequenza  $\chi$ . Questo effetto prende il nome di effetto Stark, ovvero uno spostamento degli autovalori dell'energia dovuto all'interazione con un campo elettromagnetico. Il parametro  $\chi$ , che ha le dimensioni di una frequenza, spesso nel seguito verrà denominato anche come dispersive shift, in quanto provoca uno shift dispersivo della frequenza di risonanza del qubit.

Diagonalizzando la matrice dell'hamiltoniana a questo punto si ottengono autovalori di energia diversi per i due stati,

$$E_+ = \left(N + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_R + \frac{\hbar}{2} \sqrt{4g_{01}^2 (N+1) + \Delta^2} \quad (1.47a)$$

$$E_- = \left(N + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_R - \frac{\hbar}{2} \sqrt{4g_{01}^2 (N+1) + \Delta^2} \quad (1.47b)$$

Essendo nel regime di basso accoppiamento, l'argomento della radice si può riscrivere nel seguente modo e approssimare al primo ordine con Taylor:

$$\Delta \sqrt{1 + \frac{4g_{01}^2(N+1)}{\Delta^2}} \approx \Delta + \frac{2g_{01}^2(N+1)}{\Delta} \quad (1.48)$$

Si riscrivono gli autovalori dell'hamiltoniana, e quindi l'energia del sistema, sostituendo la formula 1.48 nelle equazioni 1.47:

$$E_{+,N} = \hbar\omega_R N + \frac{\hbar\omega_Q}{2} + \frac{\hbar g_{01}^2}{\Delta} (N+1) \quad (1.49a)$$

$$E_{-,N} = \hbar\omega_R N - \frac{\hbar\omega_Q}{2} - \frac{\hbar g_{01}^2}{\Delta} (N+1) \quad (1.49b)$$

La frequenza di risonanza cambia in base allo stato del qubit,

$$\hbar\omega_R^0 = E_{-,N+1} - E_{-,N} = \hbar\omega_R - \hbar \frac{g_{01}^2}{\Delta} \quad (1.50a)$$

$$\hbar\omega_R^1 = E_{+,N+1} - E_{+,N} = \hbar\omega_R + \hbar \frac{g_{01}^2}{\Delta} \quad (1.50b)$$

Questo permette di fare la spettroscopia del sistema, perché stato eccitato e fondamentale avranno frequenze di risonanza diverse, e quindi si osservano picchi della trasmissione di un vector network analyzer, VNA, denominati  $S_{21}$ , diversi in base allo stato del qubit. Con semplici misure di trasmissione si riesce a determinare lo stato del qubit.

La lettura, ovvero il readout, è un altro criterio fondamentale per avere un qubit, secondo i criteri di Di Vincenzo, spiegati nel capitolo 1.2. Nel seguito, nella sezione di misure e caratterizzazione, verrà approfondita anche questa parte.

Rispetto a un tradizionale readout dello stato del qubit la lettura del qubit, effettuata in questo modo, è molto più promettente. Infatti, si ricorda che dalle proprietà della meccanica quantistica, e in particolare dal collasso della funzione d'onda, non è possibile osservare uno stato quantistico senza alterarlo. Infatti ogni misura porta ad un collasso della funzione d'onda lungo la base di misura, perdendo tutta l'informazione racchiusa nel qubit e la sua coerenza ed entanglement con altri qubit. Usando la misura del transmon nel regime di basso accoppiamento, in prima approssimazione, si riesce ad effettuare una misura senza alterare il qubit, o meglio con solo una piccola correzione

sulla sua frequenza di risonanza. Di fatto non si va a misurare il qubit, ma la frequenza di risonanza della cavità, che essendo accoppiata al qubit, ci dà indirettamente informazioni sul suo stato. Questa misura non distruttiva è molto promettente sia per tecnologie di computazione quantistica e ancora di più in esperimenti di metrologia quantistica come il photon counter. In letteratura ci si riferisce a questo particolare tipo di misure come QND<sup>10</sup>, per approfondire meglio questo importante ed interessante concetto si può fare riferimento agli articoli[30][31][32]

Un altro fattore importante da considerare è lo shift che subisce la frequenza di risonanza del qubit in base al numero di fotoni in cavità.

$$\hbar\omega_Q^0 = E_{+,N+1} - E_{-,N} = \hbar\omega_Q - \hbar\frac{g_{01}^2}{\Delta}(2N + 1) \quad (1.51)$$

Questo vuol dire che in base al fattore di accoppiamento  $g_{01}$  il qubit subisce uno shift in frequenza dipendente da  $N$ , numero di fotoni in cavità. In altre parole, se aumenta il numero di fotoni in cavità, per esempio grazie all'effetto Primakoff convertendo un assione in un fotone, si riesce a misurare lo shift dovuto al fotone appena creato. Basta un solo fotone per portare uno shift in frequenza apprezzabile, da cui il dispositivo ultrasensibile al singolo fotone.

Tipici valori del fattore di accoppiamento sono dell'ordine di 100 MHz, mentre il detuning  $\Delta$  può variare molto da esperimento ad esperimento, ma solitamente è dell'ordine dei GHz. Quindi, l'ordine di grandezza dello shift dei qubit è delle decine dei MHz. Questo vuol dire che basta un singolo fotone per portare uno shift in frequenza apprezzabile. In figura 1.19 si riporta l'esperimento eseguito all'INFN di un qubit 3D[2], in cui la separazione era di 6.82 MHz.

Il fatto di poter misurare la presenza di un fotone analizzando lo shift della frequenza del qubit, che si misura con semplici misure di trasmissione di un VNA, è il principio alla base del single photon counter.

## 1.4 Superconduttività e qubit superconduttivi

Come emerso già nei precedenti capitoli la superconduttività gioca un ruolo centrale in molte applicazioni ed esperimenti all'avanguardia, specialmente nei campi di fisica quantistica. Infatti è essenziale per realizzare un qubit,

---

<sup>10</sup>Quantum Non Demolition.

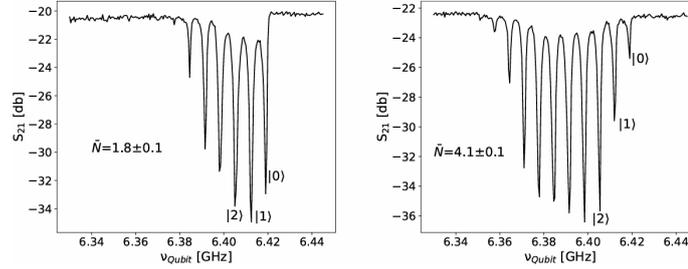


Figura 1.19: Spettroscopia del qubit per risolvere il numero di fotoni all'interno della cavità. A sinistra è riportato il grafico per un numero medio di fotoni di 1.8, a destra di 4.1. I vari picchi sono equispaziati in frequenza, con una separazione di 6.82 MHz.

come spiegato nel capitolo 1.2.

In questo capitolo si vuole dare una breve panoramica della superconduttività, concentrandosi solo sugli aspetti indispensabili per descrivere opportunamente un qubit superconduttivo. Infine, verrà brevemente richiamato il transmon qubit del capitolo 1.3 in particolar modo superconduttivo, analizzando la configurazione di qubit 3D e studiando l'hamiltoniana del sistema progettato in questa Tesi.

#### a) Superconduttività

La Superconduttività è un fenomeno molto interessante e per certi aspetti unico. Un superconduttore è uno stato quantistico macroscopico, in cui le proprietà quantistiche generalmente apprezzabili su scale atomiche hanno effetti peculiari su scala macroscopica.

Una delle proprietà dei superconduttori, da cui il nome, è la resistività nulla:  $\rho = 0 \Omega m$ . Avere resistività nulla, e quindi resistenza nulla, vuol dire che le perdite in un superconduttore in cui scorre una corrente  $I$  sono nulle, fino alla corrente critica  $I_C$ .

Avendo resistenza nulla le perdite per effetto Joule sono nulle,  $P = R I^2 = 0$ ; questo è vero fino al valore di corrente,  $I_C$ , oltre il quale il superconduttore smette di essere tale e torna ad essere un conduttore normale.

Un'altra limitazione dei superconduttori è la temperatura. Infatti i superconduttori sono materiali normali, a temperatura ambiente, che se raffreddati sotto una certa temperatura, detta temperatura critica  $T_C$ , mostrano le proprietà peculiari dei superconduttori, subendo una transizione brusca, come si vede in figura 1.20. Spesso le  $T_C$  sono dell'ordine di pochi K, infatti solitamente la superconduttività è associata alla criogenia, dovendo lavorare in ambienti raffreddati a elio liquido,

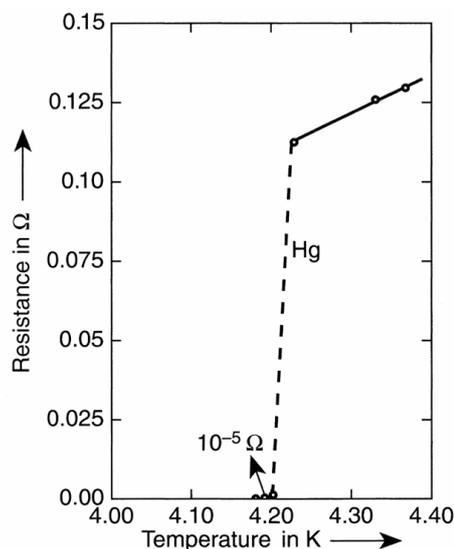


Figura 1.20: Curva della resistenza in funzione della temperatura per il mercurio, Hg. Si noti la transizione brusca verso lo stato a resistenza nulla non appena si porta la temperatura sotto la temperatura critica del mercurio. Immagine presa dal libro [33]

4.2 K, o ad azoto liquido, 77 K. Nonostante gli aspetti criogenici possano sembrare un forte limite di questa tecnologia, i superconduttori rimangono dei materiali unici e con proprietà estremamente utili in moltissime applicazioni, per le quali si rimanda al libro di testo [33].

Ci sono moltissimi materiali che presentano queste proprietà, come si vede dalla tabella 1.21, ciascuno con caratteristiche diverse.

Il fattore principale per classificare i superconduttori è la temperatura critica, dividendosi in superconduttori a bassa  $T_C$ , come il mercurio, primo superconduttore ad essere stato osservato nel 1911 con  $T_C = 4.15$  K, figura 1.20; e in superconduttori ad alta  $T_C$ , come i cuprati scoperti nel 1986, con  $T_C$  che superano la soglia dell'azoto liquido a 77 K, arrivando anche sopra i 100 K.

In particolare in questa Tesi sarà di interesse l'alluminio, materiale superconduttivo a bassa  $T_C$ , in quanto nelle applicazioni come i qubit, per esperimenti di fisica sulle particelle o anche nel quantum computing, sono richieste temperature molto basse per ridurre il rumore e migliora-

Li		Be																	
F		0.03		$T_c$ = Superconducting transition F = Film P = Pressure applied															
														Al	Si	P			
														1.2	FP	P			
		Sc	Ti	V	Cr							Zn	Ga	Ge	As	Se			
		0.01	0.4	5.4	F						0.9	1.1	FP	P					
		Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru				Cd	In	Sn	Sb	Te				
		P	0.6	9.3	0.9	7.8	0.5				0.5	3.4	3.7	P	P				
Cs	Ba	La	Hi	Ta	W	Re	Os	Ir			Hg	Tl	Pb	Bi					
FP	P	4.9 $\alpha$ 6.3 $\beta$	0.1	4.4	0.02	1.7	0.7	0.1			4.2	2.4	7.2	FP					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	3	4	5	6	7	8		

Ce					Eu											Lu
P					F											0.1
Th	Pa	U			Am											
1.4	1.4	P			1.0											

Figura 1.21: Tabella che evidenzia tutti gli elementi della tavola periodica a presentare proprietà superconduttive, con relative temperature critiche in K. Immagine presa dal libro [34]

re la sensibilità dell'esperimento, perciò risulta indifferente l'utilizzo di materiali ad alta o bassa  $T_C$ . L'alluminio, in particolare, presenta una  $T_C = 1.19 K$ . Si usa spesso Al come superconduttore per i qubit per le sue ottime proprietà meccaniche-chimiche e facilità di fabbricazione. Infatti il qubit è realizzato da una giunzione Josephson, costituita come si spiegherà a breve, da uno strato superconduttivo e uno di ossido. Per garantire stabilità meccanica e chimica lo strato superconduttivo e di ossido devono essere compatibili, e l'alluminio è ideale per questo in quanto il suo stesso ossido,  $AlO_2$ , è compatibile con il metallo. Anche a livello fabbricativo è estremamente facile da manipolare, depositare, e diventa anche immediato creare l'interfaccia superconduttore-ossido: basta depositare Al e sfruttare l'ossigeno nell'aria per farlo ossidare.

La teoria della superconduttività si basa principalmente su due descrizioni, una microscopica, detta la BCS [35], e una che analizza il fenomeno dal punto di vista termodinamico, GLAG, teoria di Ginzburg e Landau. Per i dettagli si consultino i libri di testo di riferimento [33][34]. I concetti chiave che emergono da queste teorie, utili nel seguito, sono che a livello microscopico si può descrivere il superconduttore come composto per coppie di elettroni accoppiati, ovvero coppie di Cooper, e che il superconduttore può essere descritto come uno stato quantistico macroscopico, con una funzione d'onda di gruppo.

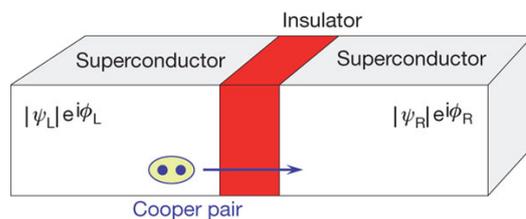


Figura 1.22: Giunzione Josephson, con due superconduttori separati da un sottile strato isolante. Le coppie di Cooper possono passare dal superconduttore di sinistra a quello di destra tramite effetto tunnel attraverso lo strato isolante. Figura presa da <https://mappingignorance.org/2015/04/30/how-to-measure-tiny-temperature-differences-using-a-josephson-junction/josephson-junction/>

#### b) Giunzione Josephson

Un dispositivo molto utile e interessante che si realizza utilizzando i superconduttori è la giunzione Josephson, teorizzata da Brian Josephson, per la quale vinse il premio Nobel. Essa trova moltissime applicazioni, da qubit superconduttivi a sensori estremamente accurati di tensione, tanto che la si utilizza per realizzare lo standard di tensione.

La giunzione Josephson, JJ, è costituita dall'interfaccia superconduttore-ossido-superconduttore. Si prendono due superconduttori<sup>11</sup>, per semplicità identici.

La geometria di questi superconduttori può essere qualunque, ma per semplicità, come spesso si fa anche nella pratica, si scelgono geometrie rettangolari, in seguito chiamati pad superconduttivi. I pad sono separati da uno strato isolante, spesso ossido. Questo strato isolante separa i superconduttori, disaccoppiandoli. Se l'ossido è abbastanza sottile, il disaccoppiamento non è completo, rimane così un debole legame (weak link) tra i due superconduttori. Questo accoppiamento permette le proprietà peculiari della giunzione Josephson, rappresentata in figura 1.22.

Il modo più semplice ed elegante per descrivere una JJ è come proposto da Feynman [12], sfruttando il fatto che i superconduttori sono descritti da funzioni d'onda (quantistiche) macroscopiche, vi è una sola  $\psi$ , funzione d'onda di gruppo, che descrive lo stato di tutte le coppie

<sup>11</sup>Il campo magnetico decade con una lunghezza caratteristica  $\lambda$ , lunghezza di penetrazione di London, per cui si suppone i superconduttori abbiano uno spessore  $l \gg \lambda$ , in questo modo si è ragionevolmente sicuri che i campi non penetrino e i due superconduttori si comportino effettivamente come tali.

di Cooper all'interno del superconduttore.  
La funzione d'onda si può scrivere come:

$$\psi = \rho^{1/2} e^{i\phi}, \quad (1.52)$$

con  $\rho$  densità di probabilità, e  $\phi$  fase superconduttiva. L'equazione di Schrodinger imperturbata, per i superconduttori di sinistra e di destra, si scrive rispettivamente:

$$\begin{cases} i\hbar \frac{\partial \psi_l}{\partial t} = E_l \psi_l \\ i\hbar \frac{\partial \psi_r}{\partial t} = E_l \psi_r \end{cases} \quad (1.53)$$

Se ci fosse una differenza di energia tra i due superconduttori, ci sarebbe una differenza di potenziale

$$E_l - E_r = 2eV \quad (1.54)$$

Questo per quanto riguarda due superconduttori separati e indipendenti. Considerando il debole legame, weak link, si tiene conto delle code esponenziali della funzione d'onda  $\psi$  e quindi della probabilità di una coppia di Cooper nel superconduttore di sinistra di passare per effetto tunnel nel superconduttore di destra. Per tenere conto del weak link si aggiunge un termine di correlazione,  $k$ , e le equazioni diventano:

$$\begin{cases} i\hbar \frac{\partial \psi_l}{\partial t} = E_l \psi_l + k \psi_r \\ i\hbar \frac{\partial \psi_r}{\partial t} = E_l \psi_r + k \psi_l \end{cases} \quad (1.55)$$

Questa trattazione suppone che in prima approssimazione i livelli energetici dei due superconduttori non cambino, essendo il termine di interazione, rappresentato dalla costante  $k$ , molto debole. A questo punto si prende l'equazione della funzione d'onda dei superconduttori, 1.52 e la si inserisce nel sistema 1.55. Essendo le funzioni d'onda definite a meno di una costante sulla fase, si sceglie quest'ultima arbitrariamente in modo da annullare la fase del superconduttore di sinistra, per comodità.

$$\begin{cases} i\hbar \left( \frac{1}{2} \rho_l^{-1/2} \frac{\partial \rho_l}{\partial t} + i \rho_l^{1/2} \frac{\partial \phi_l}{\partial t} \right) = E_l \rho_l^{1/2} + k \rho_r^{1/2} e^{i(\phi_r - \phi_l)} \\ i\hbar \left( \frac{1}{2} \rho_r^{-1/2} \frac{\partial \rho_r}{\partial t} + i \rho_r^{1/2} \frac{\partial \phi_r}{\partial t} \right) = E_r \rho_r^{1/2} + k \rho_l^{1/2} e^{-i(\phi_r - \phi_l)} \end{cases} \quad (1.56)$$

Questo sistema è composto da quattro equazioni, due della parte reale e due della parte immaginaria. Definendo  $\gamma = \phi_r - \phi_l$ , differenza delle fasi tra i due superconduttori, si vanno a riscrivere i due sistemi per

parte reale e immaginaria del sistema 1.56.

Per la parte immaginaria:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \hbar \rho_l^{-1/2} \frac{\partial \rho_l}{\partial t} = k \rho_r^{1/2} \sin \gamma \\ \frac{1}{2} \hbar \rho_r^{-1/2} \frac{\partial \rho_r}{\partial t} = -k \rho_l^{1/2} \sin \gamma \end{cases} \quad (1.57)$$

che si riscrive:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho_l}{\partial t} = 2 \frac{k}{\hbar} \sqrt{\rho_l \rho_r} \sin \gamma \\ \frac{\partial \rho_r}{\partial t} = -2 \frac{k}{\hbar} \sqrt{\rho_l \rho_r} \sin \gamma \end{cases} \quad (1.58)$$

Risulta quindi

$$\frac{\partial \rho_l}{\partial t} = -\frac{\partial \rho_r}{\partial t} \quad (1.59)$$

La variazione di densità di sinistra è uguale alla variazione di densità a destra, a meno del segno, il che implica che la corrente è la stessa. Andando a scrivere la densità di corrente, che quindi è la stessa per entrambi i superconduttori,

$$J = 2e \frac{\partial \rho_l}{\partial t} = 4e \frac{k}{\hbar} \sqrt{\rho_l \rho_r} \sin \gamma = J_0 \sin \gamma \quad (1.60)$$

Con  $J_0 = 4e \frac{k}{\hbar} \sqrt{\rho_l \rho_r}$  densità di corrente critica Josephson; da non confondere con la corrente critica di un superconduttore,  $J_0$  indica la massima corrente che può scorrere in una giunzione Josephson secondo questa equazione 1.60. Se tra i due superconduttori esiste una differenza di fase, allora c'è una corrente continua, indipendentemente dalla differenza di potenziale. L'equazione 1.60 è detta anche prima equazione di Josephson, in quanto è una delle due equazioni necessarie per descrivere la giunzione.

Ritornando al sistema 1.56, si prende ora la parte reale:

$$\begin{cases} \frac{\partial \phi_l}{\partial t} = -\frac{E_l}{\hbar} - \frac{k}{\hbar} \sqrt{\frac{\rho_r}{\rho_l}} \cos \gamma \\ \frac{\partial \phi_r}{\partial t} = -\frac{E_r}{\hbar} - \frac{k}{\hbar} \sqrt{\frac{\rho_l}{\rho_r}} \cos \gamma \end{cases} \quad (1.61)$$

Sottraendo le due equazioni si ottiene

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} = \frac{E_l - E_r}{\hbar} + \frac{k}{\hbar} \cos \gamma \left( \sqrt{\frac{\rho_r}{\rho_l}} - \sqrt{\frac{\rho_l}{\rho_r}} \right) \quad (1.62)$$

Considerando per semplicità due superconduttori identici,  $\rho_l = \rho_r$ , e sostituendo l'equazione 1.54 nella 1.62, si ottiene la seguente espressione:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} = \frac{2e}{\hbar} \Delta V \quad (1.63)$$

Si noti che questa equazione suggerisce che una differenza di fase variabile nel tempo determina una differenza di potenziale ai capi della giunzione, o viceversa, applicando una differenza di potenziale ai capi della giunzione, si avrà una differenza di fase variabile nel tempo.

L'equazione 1.63 è detta seconda equazione di Josephson, perché descrive la tensione di una giunzione Josephson. Insieme alla prima equazione di Josephson 1.60 descrivono in modo completo il comportamento di questo dispositivo, tra l'altro abbastanza complesso. Infatti si noti la mutua dipendenza tra le due, il che apre la strada a moltissimi casi da analizzare in base alla polarizzazione in tensione o corrente, e alternata o in continua. Sebbene ciascun caso sia estremamente interessante e importante, non si vuole in questa sede spiegare tutti i vari casi. Si pensi solo, qualitativamente, che applicando una differenza di potenziale ai capi di una JJ si ottiene una differenza di fase variabile nel tempo, e dalla prima equazione si ha una corrente variabile nel tempo. Ovvero si può irraggiare polarizzando con una tensione continua, o viceversa, irraggiando la giunzione con un segnale in alternata si può leggere una tensione continua. Questa proprietà unica rende questi strumenti insostituibili in diverse applicazioni, come ad esempio nell'utilizzo di JJ per definire lo standard di tensione, dato che le JJ legano misure di tensione a misure di frequenza, con accuratezze estremamente elevate.

### c) **Modello RCSJ**

Per descrivere più realisticamente la caratteristica corrente tensione di una giunzione Josephson si usa il modello RCSJ<sup>12</sup>, che consiste nel considerare un modello realistico di giunzione ideale in parallelo a un canale di resistenza ohmico e un canale di corrente di spostamento.

Questo modello tiene conto in primo luogo degli effetti non ideali, come eventuali perdite, effetti capacitivi parassiti e anche la capacità intrinseca della giunzione<sup>13</sup>. In secondo luogo è utile anche a rappresentare eventuali circuiti in cui è adoperata la JJ, come il circuito del transmon qubit, raffigurato in figura 1.17, dove si inserisce appositamente una capacità elevata in parallelo alla JJ.

Dal punto di vista circuitale, le JJ vengono rappresentate con il simbolo di una X. Si polarizza il sistema in corrente, il circuito equivalente del modello RCSJ è riportato in figura 1.23.

Usando la prima equazione di Josephson, 1.60 la corrente del circuito

<sup>12</sup>Resistively and Capacitively Shunted Junction.

<sup>13</sup>Due conduttori intervallati da un dielettrico formano, di fatto, un condensatore.

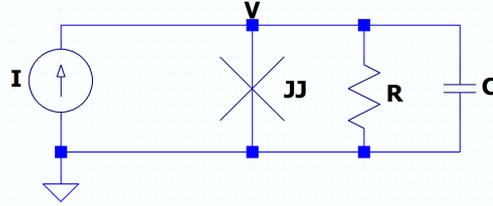


Figura 1.23: Circuito equivalente del modello RCSJ. La polarizzazione è in corrente,  $I$ , schematizzata come un generatore di corrente equivalente ideale. La giunzione Josephson è indicata con  $JJ$  ed è caratterizzata dalla sua corrente critica  $I_0$ . In parallelo alla  $JJ$  sono collegate un resistenza  $R$  e una capacità  $C$ . Figura auto realizzata tramite LTSpice

si può esprimere

$$I = I_0 \sin \gamma + \frac{V}{R} + C \frac{dV}{dt} \quad (1.64)$$

Usando la seconda equazione di Josephson 1.63 si ottiene un'equazione differenziale del secondo ordine non lineare, che arrangiando opportunamente i termini si scrive:

$$C \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{\partial^2 \gamma}{\partial t^2} + \frac{\Phi_0}{2\pi R} \frac{\partial \gamma}{\partial t} = I - I_0 \sin \gamma \quad (1.65)$$

Un modo molto interessante e utile per comprendere meglio la soluzione dell'equazione 1.65 è attraverso l'analogia meccanica del cosiddetto tilted washed potential. Definendo il potenziale come  $U = -\frac{\Phi_0}{2\pi}(I + I_0 \cos \gamma)$ , si riscrive l'equazione 1.65

$$C \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{\partial^2 \gamma}{\partial t^2} + \frac{\Phi_0}{2\pi R} \frac{\partial \gamma}{\partial t} = -\frac{2\pi}{\Phi_0} \frac{dU}{dt} \quad (1.66)$$

L'analogo meccanico è di una pallina che si muove lungo un potenziale oscillante inclinato, in cui la velocità della biglia è legata alla tensione  $V$  ai capi della giunzione, la posizione della biglia è legata alla differenza di fase,  $\gamma$ , in cui va tenuto in conto della periodicità di  $2\pi$ , mentre la corrente  $I$  determina l'inclinazione del potenziale. In figura 1.24 si vede una rappresentazione del potenziale per diverse correnti. Si noti come per correnti minori della corrente critica della giunzione,  $I_0$  la differenza di fase non oscilla, non essendoci una tensione applicata, e nell'analogo meccanico la pallina resta ferma perché non riesce a superare la buca di potenziale. Aumentando l'inclinazione del potenziale, la pallina sarà libera di procedere e muoversi lungo il potenziale, il che vuol dire che

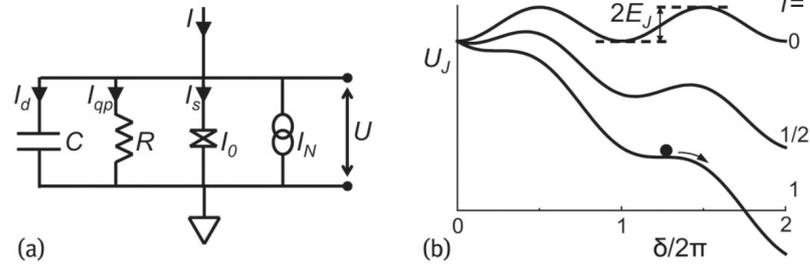


Figura 1.24: Modello RCSJ. a) rappresentazione circuitale equivalente. b) Potenziale di riferimento per il modello RCSJ in funzione della fase, al variare della corrente normalizzata  $i$ . Per  $i=1$ , la corrente è uguale alla corrente critica e si inizia a entrare nello stato di tensione, e la fase comincia a variare nel tempo. Nell'analogo meccanico la pallina incomincia a muoversi essendosi abbassata la buca di potenziale. Immagine presa dall'articolo [36]

la fase comincerà ad oscillare, e si avrà una differenza di potenziale ai capi della giunzione. A livello circuitale si può pensare a questo dovuto al fatto che oltre la corrente critica la giunzione non potrà più portare tutta la corrente che comincerà a scorrere nella resistenza, che per la legge di ohm determinerà una caduta di potenziale.

Una volta incominciata a muoversi, la pallina ha un comportamento diverso in base alla forza di attrito rispetto all'energia cinetica, ovvero alla sua massa, che determina quando si ferma; come nell'analogo meccanico, anche per la giunzione bisogna distinguere due casi principali, sottosmorzato e sovrasmorzato. Per spiegare meglio questi due casi conviene normalizzare l'equazione 1.65, senza riportare qui tutti i calcoli, definendo il parametro di Stewart-McCumber  $\beta_C = \frac{2\pi}{\Phi_0} R^2 C I_0$ , la corrente normalizzata  $i = \frac{I}{I_0}$  e la nuova variabile temporale  $t' = t \left( \frac{2\pi R I_0}{\Phi_0} \right)$ , si ricava

$$\beta_C \frac{\partial^2 \gamma}{\partial t'^2} + \frac{\partial \gamma}{\partial t'} + \sin \gamma = i \quad (1.67)$$

Il parametro di interesse per analizzare questa equazione è il parametro di Stewart-McCumber,  $\beta_C$ .

- Giunzione sottosmorzata,  $\beta_C \gg 1$ . Significa capacità molto elevata e quindi grande capacità di accumulare energia cinetica. Questo determina un andamento isteretico perché una volta fornita

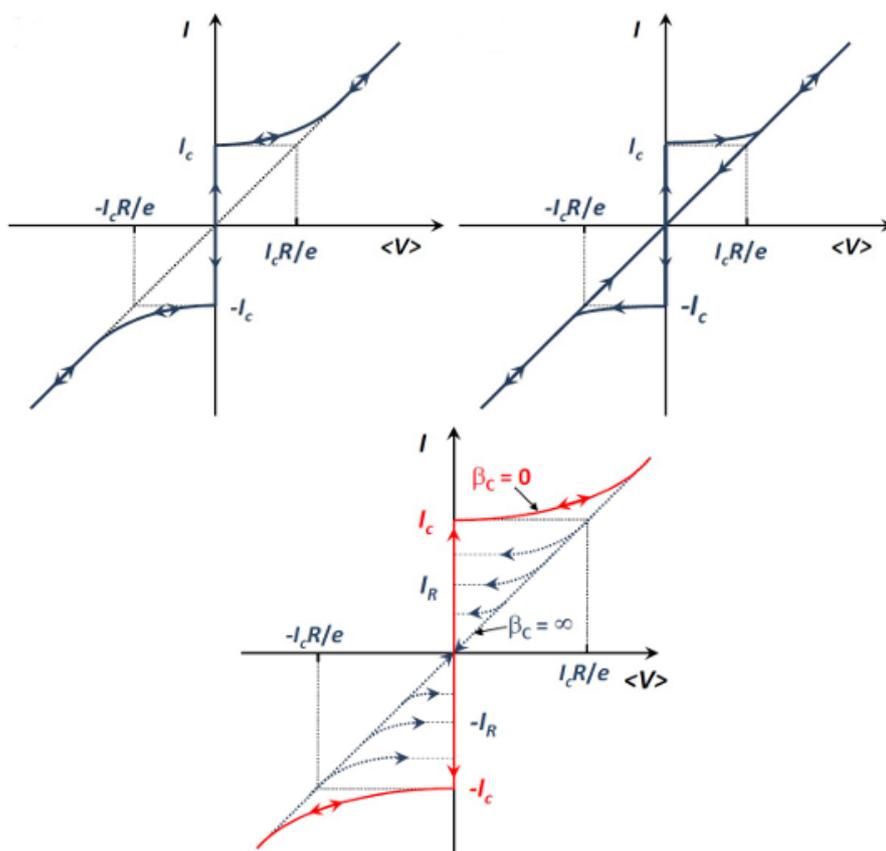


Figura 1.25: Caratteristica corrente tensione del modello RCSJ. In alto a sinistra la caratteristica sovrasmorzata senza isteresi. In alto a destra la caratteristica sottosmorzata, con andamento fortemente isteretico, la corrente deve annullarsi per annullare la tensione. In basso è presente la caratteristica corrente tensione per diversi valori di  $\beta_C$ , in cui si notano i casi intermedi in cui compare un andamento isteretico in cui per annullare la tensione della giunzione bisogna diminuire la corrente sotto il valore della corrente di rientro  $I_R$ . Figura presa dal libro di testo[37]

energia al sistema, per esempio una volta entrati nello stato di tensione, esso tenta di mantenere l'energia data, creando un comportamento non simmetrico. Passando all'analogo meccanico, è il caso di una pallina con una massa molto grande, per cui è difficile da mettere in movimento, ma una volta che ha iniziato a muoversi ha accumulato sufficiente energia cinetica ed è più difficile da fermare, per cui va completamente annullata qualsiasi forzante per fermarla, ovvero va portata l'inclinazione del tilted washed potential a zero, che si ricorda equivale a dire arrivare a  $I=0$  per poter fermare la pallina, ovvero annullare la tensione. Questo comportamento isteretico si può osservare nel grafico corrente tensione riportato in alto a destra della figura 1.25.

- Giunzione sovrasmorzata,  $\beta_C \ll 1$ . Al contrario di prima questo caso lo si può pensare come una pallina con massa molto esigua rispetto alla forza di attrito. Non appena si supera la corrente critica  $I_0$  la giunzione entra nello stato di tensione, ma appena si torna sotto tale valore di corrente la pallina si ferma per l'attrito predominante, ovvero si annulla anche la tensione. Questo determina un comportamento simmetrico rispetto all'andamento di corrente che aumenta o diminuisce. La caratteristica corrente tensione si può vedere in figura, dove in questo caso la curva a salire e a scendere della corrente vanno a coincidere, come si vede nel grafico in alto a sinistra della figura 1.25.
- Casi intermedi, sono casi in cui  $\beta \approx 1$  con caratteristiche intermedie tra i primi due. Anche la caratteristica corrente-tensione presenterà andamenti intermedi, con una leggera isteresi ma che si ferma prima di arrivare all'origine, in particolare al valore di corrente denominato corrente di rientro  $I_R$ . In figura 1.25 in basso sono presenti diversi casi intermedi per diversi valori del parametro  $\beta_C$ , in cui si nota come la corrente  $I_R$  passi da  $I_C$  nel caso sovrasmorzato a 0 nel caso sottosmorzato.

Nel caso in particolare di qubit superconduttivi non è un parametro vincolante in quale delle due regioni si lavori, poiché l'unico fattore realmente limitante è l'induttanza non lineare della giunzione Josephson, derivante dalle equazioni Josephson stesse. Tuttavia, nella maggior parte dei casi, si lavora nella regione di sovrasmorzamento,  $\beta_C \ll 1$ , senza isteresi, in quanto spesso si adoperano giunzioni con capacità molto piccole (dell'ordine delle decine di fF) e correnti critiche molto piccole. Mentre per i JPA( Josephson Parametric Amplifier), dispositivi che verranno presentati nel seguito, le correnti critiche sono molto

più elevate rispetto a un transmon, fino a dieci volte maggiori, per cui si arriva a lavorare anche nella regione isteretica sottosmorzata; per i dettagli di questo anche nell'analisi circuitale RCSJ si veda [23].

Nella regione sovrasmorzata,  $\beta_C \ll 1$ , in prima approssimazione si può trascurare  $\beta_C$ , per cui l'equazione differenziale 1.67 diventa del primo ordine,

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t'} + \sin \gamma = i \quad (1.68)$$

Per correnti piccole,  $I \ll I_0$ , allora la corrente è tutta superconduttiva, avendo polarizzato in continua,  $\frac{\partial \gamma}{\partial t'} = 0$  e quindi anche  $V = 0$ , non c'è tensione ai capi della giunzione.

$$\gamma = \arcsin \left( \frac{I}{I_0} \right) \quad (1.69)$$

Per correnti maggiori della corrente critica,  $I > I_0$ , la giunzione non riesce a trasportare tutta la corrente che comincerà a scorrere anche nella resistenza R, portando a una caduta di tensione. Si dimostra<sup>14</sup> che nello stato di tensione il valor medio della tensione è:

$$\langle V \rangle = \frac{\Phi_0}{T} \quad (1.70)$$

Con T periodo delle oscillazioni della fase.

L'equazione differenziale del primo ordine 1.68 per il caso sovrasmorzato si riscrive

$$\gamma = 2 \arctan \left( \sqrt{1 - \frac{1}{i^2}} \tan \left( \frac{\sqrt{i^2 - 1} t}{2\tau_C} \right) + \frac{1}{i} \right) \quad (1.71)$$

Con  $\tau_C = \frac{RC}{\beta_C}$ . Sebbene questa espressione possa sembrare complicata, dalla 1.70 è sufficiente il periodo di  $\gamma$  per ricavare la tensione ai capi della giunzione. Il periodo è dato solo dall'argomento della tangente, dove compare la variabile tempo, da cui si ricava la tensione

$$\langle V \rangle = RI_0 \sqrt{\left( \frac{I}{I_0} \right)^2 - 1} \quad (1.72)$$

---

<sup>14</sup>Facendo l'integrale della seconda equazione di Josephson e imponendo la periodicità della fase.

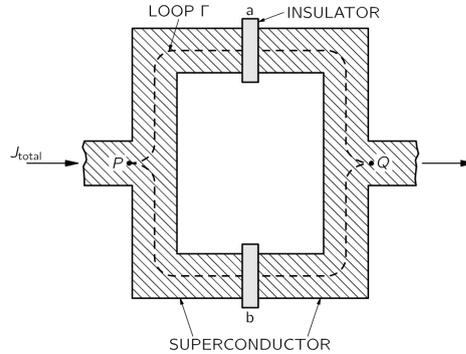


Figura 1.26: Due giunzioni Josephson in parallelo, a formare un anello chiuso, dispositivo denominato SQUID. Figura presa da [12]

Ricordando che la 1.69 vale per correnti  $I < I_0$  mentre la 1.72 vale per  $I > I_0$ , si vede come queste equazioni descrivano proprio la curva in figura 1.25.

#### d) SQUID

A partire dalla giunzione Josephson si possono realizzare dispositivi molto interessanti, gli SQUID<sup>15</sup>. Mettendo due JJ in un percorso chiuso si crea un anello, come in figura 1.26.

Si fa riferimento alle due giunzioni come giunzione a e giunzione b. Considerando le due giunzioni identiche, per semplicità,  $I_{0a} = I_{0b}$ . Entrambe le correnti sono superconduttive per cui la corrente totale all'uscita dello SQUID è:

$$I_S = I_a + I_b = I_0(\sin \gamma_a + \sin \gamma_b) \quad (1.73)$$

Tutto dipende dalla fase relativa tra le due giunzioni, per questo il comportamento è analogo ad un interferometro ottico, da cui il nome del dispositivo SQUID.

Usando le formule di prostaferesi, si riscrive la 1.73

$$I_S = 2I_0 \cos \frac{\gamma_a - \gamma_b}{2} \sin \frac{\gamma_a + \gamma_b}{2} \quad (1.74)$$

<sup>15</sup>L'acronimo sta per Superconducting Quantum Interference Device, dispositivo superconduttivo ad interferenza quantistica.

Si dimostra <sup>16</sup> che

$$\gamma_b - \gamma_a = 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \quad (1.75)$$

Con  $\Phi$  flusso concatenato all'anello dello SQUID, e  $\Phi_0 = \frac{h}{2e} \approx 2.067 \cdot 10^{-15} \text{ Wb}$  è il quanto di flusso.

A questo punto si può riscrivere l'equazione della corrente dello SQUID 1.73, inserendoci la differenza di fase 1.75

$$I_S = I_{SM} \sin\left(\gamma_a + \pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) \quad (1.76)$$

Con  $I_{SM} = 2I_0 \cos\left(\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right)$  corrente massima dello SQUID.

Anche in questo caso, essendo l'equazione complicata da essere analizzata interamente, si suddividono due casi di interesse principali. Qui il parametro caratteristico è  $\beta_L = \frac{2LI_0}{\Phi_0}$ , detto parametro di schermaggio. Si dividono i due casi:

- Schermaggio debole,  $\beta_L \ll 1$ , in cui il flusso applicato coincide con il flusso concatenato
- Schermaggio forte,  $\beta_L \gg 1$ , in cui il flusso applicato,  $\Phi_a$  non coincide con il flusso concatenato, dovendo considerare l'induttanza più elevata che non permette di trascurare la corrente,

$$\Phi = \Phi_a + L \frac{I_a - I_b}{2} \quad (1.77)$$

Nel caso di qubit superconduttivi, di principale interesse è il caso di schermaggio debole, similmente a quanto detto prima perché spesso si lavora con giunzioni con basse correnti critiche.

In particolare il caso di interesse in questo progetto è considerare una giunzione sovrasmorzata,  $\beta_C \ll 1$  e con schermaggio debole  $\beta_L \ll 1$ , applicando di fatto il modello RCSJ allo SQUID. La corrente del circuito RCSJ con lo SQUID, usando la 1.64 diventa:

$$I = I_0 \sin(\gamma_a) + I_0 \sin(\gamma_b) + \frac{V}{R} + \frac{V}{R} \quad (1.78)$$

---

<sup>16</sup>Bisogna fare l'integrale di circuitazione della fase lungo un percorso chiuso, e considerare che la fase è periodica.

Che applicando le equazioni dello SQUID 1.76, e la seconda equazione di Josephson 1.63, diventa:

$$I = I_{SM} \sin\left(\gamma_a + \pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) + \frac{2}{R} \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{\partial \gamma_a}{\partial t} \quad (1.79)$$

Ora, semplicemente rinominando la variabile  $\gamma = \gamma_a + \pi \frac{\Phi}{\Phi_0}$ , l'equazione 1.79 si può riscrivere<sup>17</sup> :

$$I = I_{SM} \sin(\gamma) + \frac{2}{R} \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{\partial \gamma}{\partial t} \quad (1.80)$$

Si noti la somiglianza tra l'equazione 1.68, valida per una singola JJ, e la 1.80, per lo SQUID, che a meno della normalizzazione sono la stessa equazione differenziale, quindi con la stessa soluzione 1.72.

L'unica differenza<sup>18</sup> è che nel caso dello SQUID la corrente critica  $I_{SM}$  non è una costante ma varia con il flusso, che in questa regione di schermaggio debole è il flusso applicato dall'esterno. Quindi, applicando un flusso opportuno si modula questa curva, cambiando il comportamento del dispositivo.

Anche questi dispositivi, come le JJ, essendo governati da equazioni che legano grandezze fisiche con costanti fondamentali, sono ideali come strumenti di misura. Gli SQUID sono ampiamente utilizzati per misurare campi magnetici in modo estremamente sensibile. Infatti, l'equazione 1.75 lega la differenza di fase al flusso del campo magnetico concatenato, da cui si riescono a fare misure del campo magnetico con una precisione dell'ordine del quanto di flusso.

Si sono introdotti in questa Tesi perché molto promettenti anche nella computazione quantistica. Infatti, come si vede comparando la formula 1.68 e la formula 1.80 lo SQUID, in opportune condizioni, si può pensare come una JJ con corrente critica variabile variando il flusso concatenato. Di fatto, quindi, si è realizzato un qubit tunabile, ovvero i cui parametri possono essere regolati da un circuito di eccitazione esterno.

Richiamando le equazioni di un transmon 1.10 si vede come variando la corrente critica vari anche l'induttanza del qubit, il che è utilissimo per esempio per muovere la frequenza del qubit  $f_q = \frac{1}{2\pi\sqrt{CL}}$ , o per variare

<sup>17</sup>Si considera il flusso costante nel tempo, così che la derivata di  $\gamma$  sia uguale alla derivata di  $\gamma_a$ .

<sup>18</sup>A parte la resistenza, che cambia di un fattore due essendo ora in parallelo due giunzioni.

altri parametri caratteristici.

e) **Qubit superconduttivo**

In questo capitolo si vuole fare un breve riepilogo sui qubit superconduttivi, effettivamente utilizzati nell'ambito di questa Tesi, per avere una visione più chiara nel seguito.

Come spiegato nel capitolo sui qubit, capitolo 1.2, ad oggi il qubit con prestazioni migliori è il qubit superconduttivo, che è anche quello utilizzato in questo progetto.

In particolare esistono diversi tipi di qubit superconduttivi, ma il più comune è il transmon qubit, si veda il capitolo 1.3. Esso si basa su una giunzione Josephson, che agisce come elemento induttivo con induttanza non lineare. Messo in parallelo a un condensatore forma un oscillatore anarmonico, dove l'anarmonicità è garantita proprio dall'induttanza non lineare. Collegando il transmon qubit a un risonatore classico, armonico, si riesce a eseguire la scrittura o la lettura del qubit. Queste proprietà rendono il transmon qubit la tipologia tra i qubit superconduttivi con tempi di coerenza migliori e miglior controllabilità. La giunzione Josephson del transmon può essere realizzata con due o più giunzioni in parallelo, a formare uno SQUID di fatto, che viene fatto lavorare nella regione opportuna<sup>19</sup>, in questo modo si ha un comportamento analogo a una singola giunzione, ma con corrente critica variabile con il flusso concatenato all'anello superconduttivo. Si riesce così a realizzare un transmon qubit con un'induttanza modulabile attraverso una corrente esterna, collegata a un circuito che crea il flusso da accoppiare allo SQUID.

A livello realizzativo come superconduttore si usa spesso l'alluminio per i qubit, in quanto di facile fabbricazione e presenta naturalmente la possibilità di ossidarsi, formando di fatto una giunzione Josephson.

f) **Qubit 3D**

Come si vede in figura 1.8 il circuito di scrittura e lettura è un risonatore planare, realizzato spesso sullo stesso piano del qubit, con tecnologia planare di deposizione. Questi vengono anche detti qubit 2D, perché sia il qubit, che la relativa circuiteria, sono sviluppati su un piano solo, mentre lo spessore raramente supera i 100 nm.

La tecnologia planare, molto simile alle tecnologie molto sviluppate dell'elettronica tradizionale, ha permesso il rapido sviluppo dei qubit

---

<sup>19</sup>Sovrasmorzata e di schermaggio debole.

superconduttivi e la facilità di integrazione con dispositivi elettronici classici. Inoltre la planarità permette di avere dimensioni ridotte e di rendere il qubit superconduttivo scalabile, infatti molti enti di ricerca e aziende come IBM e Google sfruttano queste proprietà per realizzare chip quantistici con centinaia di qubit superconduttivi, connessi tra loro[38].

Un'altra tecnologia che sta emergendo ultimamente sono i qubit 3D. Con questa denominazione si intendono qubit, come i transmon, fatti lavorare con un risonatore tridimensionale. In particolare si mette il qubit su un substrato dielettrico, che per facilità di fabbricazione spesso è realizzato in silicio o zaffiro; a questo punto si accoppia il qubit non più con un circuito LC classico, ma con una cavità risonante. L'accoppiamento sarà dato dalla geometria della cavità e dei pad superconduttivi, che in ogni caso si può sempre schematizzare con una capacità equivalente di accoppiamento come nel circuito planare del transmon.

L'accoppiamento tra qubit e cavità modifica l'hamiltoniana del sistema, creando uno stato quantistico ibridizzato, come viene spiegato dettagliatamente nel seguito.

In questo contesto si parla di stati "bare" e stati "dressed". Per bare state ci si riferisce agli stati dei vari componenti isolati, senza interazione né con gli altri componenti né con l'ambiente. Nell'esempio del qubit 3D, il bare state è lo stato del qubit isolato, senza considerare l'interazione con la cavità o tanto meno con l'ambiente esterno. Anche le frequenze di risonanza delle cavità nello stato bare si possono pensare come le frequenze in assenza di qubit all'interno.

Per stati dressed si intende invece l'opposto, ovvero gli stati del sistema totale, ovvero quando i due sottosistemi sono accoppiati tra loro. Ci si riferisce ai dressed state come allo stato di un sistema quantistico accoppiato a un campo elettromagnetico esterno, e questo accoppiamento modifica i livelli energetici di entrambe le parti.

I livelli energetici risultanti dall'accoppiamento sono livelli ibridizzati, con proprietà miste tra i due livelli energetici bare, ovvero di quando i sistemi sono indipendenti l'uno dall'altro.

Queste definizioni sono molto utili nelle misure quantistiche perché permettono di rappresentare il sistema nel suo complesso, tenendo in conto direttamente l'interazione con l'esterno, e in particolare, nel contesto del single photon counter, permette di descrivere come il sistema si accoppia a un singolo fotone.

Questi sono gli stati che sono descritti nella trattazione del transmon qubit in lettura e scrittura, dove si vede lo shift degli autovalori, che

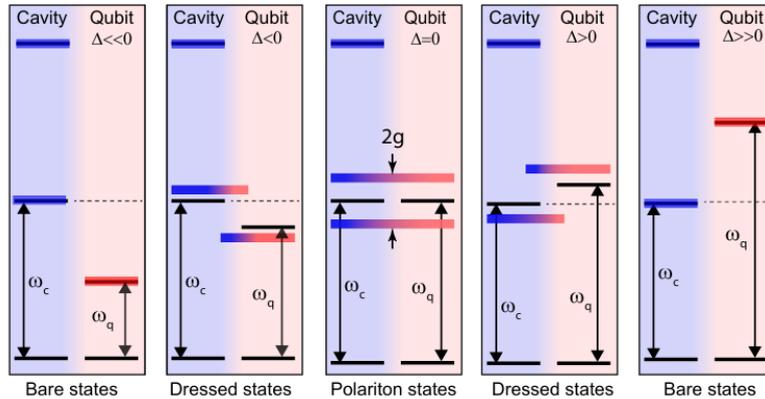


Figura 1.27: Stati bare e dressed del sistema qubit-cavità. Da sinistra a destra le varie immagini rappresentano i livelli energetici del sistema per valori di detuning  $\Delta$  crescenti. La codifica a colori aiuta visivamente a vedere l'ibridizzazione del sistema, in rosso il qubit e in blu la cavità, e colori intermedi indicano l'ibridizzazione dei livelli energetici. In linea nera continua sono rappresentati gli stati bare, ovvero di qubit e cavità indipendenti. Immagine presa da [23]

porta da una parte ad avere uno shift della frequenza di risonanza della cavità in base allo stato del qubit, dall'altro a cambiare la frequenza di risonanza del qubit in base al numero di fotoni in cavità, come si vede dalla formula 1.51. Per ulteriori dettagli matematici si veda l'articolo [23]. Da questo articolo si vuole prendere l'immagine 1.27 molto utile a capire meglio l'accoppiamento qubit-cavità e gli stati bare e dressed.

Nell'immagine 1.27 si comparano i livelli energetici, al variare del detuning tra cavità e qubit,  $\Delta$ . Gli stati "dressed" sono rappresentati da barre a colori gradualmente da blu per gli stati della cavità e rosso per gli stati del qubit, mentre gli stati "bare" sono raffigurati con linee nere solide. Nella prima immagine da sinistra, sono rappresentati stati "far detuned" (molto disaccoppiati,  $\Delta \ll 0$ ), in cui gli stati "dressed" praticamente vanno a sovrapporsi agli stati "bare". Aumentando il detuning, nella seconda immagine da sinistra,  $\Delta < 0$ , gli stati "dressed" cominciano a distinguersi dagli stati "bare", comparando un leggero shift. Nell'immagine centrale, in cui  $\Delta = 0$ , l'ibridizzazione è massima, e gli stati "dressed" coincidono tra loro avendo la massima distanza dagli stati "bare"; in questo caso la separazione tra i due livelli è di  $2g_{01}$ . Aumentando il detuning oltre lo zero si ripropongono gli stessi

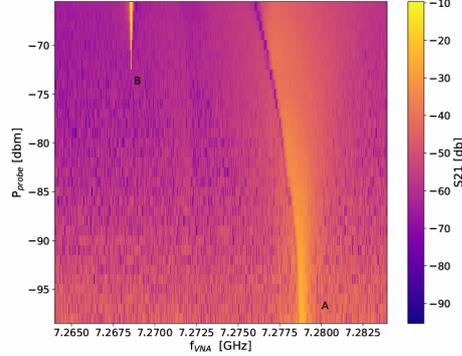


Figura 1.28: Misura in frequenza a un tono. Come verrà spiegato nel seguito si effettuano misure di trasmissione del parametro  $S_{21}$  in funzione della frequenza e della potenza inviata per sondare il qubit. Sono ben visibili gli stati bare, B, e dressed, A, con una separazione di circa 10.2 MHz. Immagine presa da [2].

andamenti visto che l'ibridizzazione del sistema dipende dal modulo di  $\Delta$ .

Per fare un esempio più pratico, nell'articolo[2], dove è stata eseguita una caratterizzazione di un qubit 3D, si misurano gli stati dressed e bare, notando proprio lo shift appena spiegato. Dall'immagine 1.28, si vede chiaramente il dressed state, a basse potenze dove il qubit è vivo e rimane accoppiato alla cavità; mentre ad alte potenze il qubit non è più nello stato superconduttivo e si osservano i sistemi disaccoppiati, bare state. In questo caso si osserva uno shift tra stati dressed e bare di 10.2 MHz, il che viene denominato come shift dispersivo  $\chi_{01}/2\pi = \frac{\chi + \chi_{12}/2}{2\pi} = \frac{\omega_r - \omega_r'}{2\pi} = -10.2 \text{ MHz}$ .

Altri fattori importanti da considerare per la completa caratterizzazione del transmon qubit sono il fattore di accoppiamento,  $g_{01}$  che indica la forza di accoppiamento tra il qubit e la cavità e il fattore di detuning  $\Delta$ , già introdotto. Queste tre grandezze sono collegate dalla seguente formula:

$$\chi_{01} = \frac{g_{01}^2}{\Delta} \quad (1.81)$$

I vantaggi principali di un qubit 3D sono:

- tempi di vita più lunghi. In particolare si nota un miglioramento

dei tempi di coerenza, grazie al fatto di aver minimizzato le perdite superficiali.

- facilità scrittura e lettura con VNA o misure nel tempo, si veda la sezione degli strumenti di misura e caratterizzazione.
- Miglioramento dell'accoppiamento tra qubit e risonatore. Grazie alla forte interazione tra fotoni in cavità e qubit.

Ci sono diversi articoli che studiano qubit 3D, come in [2]. In questo articolo si caratterizza un qubit transmon accoppiato a una cavità di risonanza, spiegando nel dettaglio tutti i vari parametri caratteristici del sistema e come sono stati ottenuti.

Tuttavia ci sono pochi studi su un qubit accoppiato a più cavità, in letteratura è stato trovato solo un articolo che trattava questo argomento in modo simile a quello progettato in questa Tesi, accoppiando un qubit transmon su substrato a due cavità in alluminio, ponendolo su un substrato di zaffiro interposto tra le due cavità[39]. Allo stato attuale dell'arte non ci sono studi di più di un qubit in diverse cavità. Lo studio principale di questa Tesi nasce proprio dall'idea, del gruppo COLDLab dell'INFN[1], di espandere la ricerca anche a sistemi di due qubit 3D in un sistema a tre cavità, che verrà analizzato nel dettaglio nel seguito. Si è quindi effettuato il design di questa struttura e la si è analizzata dal punto di vista dei parametri quantistici essenziali, come i parametri dell'hamiltoniana.

#### g) **Hamiltoniana di qubit3D**

Per quantificare quanto detto sul qubit 3D bisogna ricollegarsi alla trattazione generica fatta del transmon qubit. Per descrivere il sistema totalmente ci si deve riferire alla sua hamiltoniana, che ne determina il comportamento dei singoli componenti (bare state) e del loro reciproco accoppiamento (dressed state); nonché permette di ricavare i livelli energetici essenziali alla caratterizzazione del transmon.

L'hamiltonina per un transmon qubit generico è data dalla formula 1.31 che va espansa al caso di qubit accoppiato a due cavità considerando l'accoppiamento con entrambe le cavità:

$$\hat{H}_{eff} = \frac{1}{2}\hbar\omega_q\sigma_z + (\hbar\omega_r + \hbar\chi^r\sigma_z)\hat{a}^\dagger\hat{a} + (\hbar\omega_s + \hbar\chi^s\sigma_z)\hat{b}^\dagger\hat{b} \quad (1.82)$$

Dove  $\hat{a}$  è l'operatore di creazione della cavità di readout,  $\hat{b}$  è l'operatore di creazione della cavità di Storage.  $\omega_r/2\pi$  è la frequenza di risonanza della cavità di readout e  $\omega_s/2\pi$  è la frequenza di risonanza della cavità

di Storage. Si indicano con  $\chi^r$  e con  $\chi^s$  i dispersive shift della cavità di readout e di Storage, rispettivamente.  $\omega_q/2\pi$  è la frequenza del qubit, associata alla transizione tra stato fondamentale e stato eccitato.

Questa formula 1.82 contiene molte informazioni, il primo termine, tiene conto del qubit, della sua frequenza di risonanza ed è descritto dalla matrice di Pauli  $\sigma_z$ . Il secondo termine,  $\hbar\omega_r \hat{a}^\dagger \hat{a}$ , indica la cavità di lettura associata al qubit, cavità di readout. Il terzo termine,  $\hbar\chi^r \sigma_z \hat{a}^\dagger \hat{a}$ , tiene conto dell'accoppiamento tra qubit e cavità di readout, il che porta il sistema nel dressed state associato a uno Stark shift quantificato da  $\chi^r$ . Analogamente per la cavità di Storage, il quarto termine esprime la cavità di Storage bare, ovvero la sua frequenza di risonanza, e il quinto termine determina lo shift dispersivo che questa cavità subisce accoppiandosi al qubit, espresso dal parametro  $\chi^s$ ; tutti questi termini insieme determinano l'hamiltoniana totale del sistema.

Il sistema analizzato in questo lavoro di Tesi è più esteso, in quanto presenta due qubit ciascuno accoppiato alla cavità di Storage in comune ed alla propria cavità di readout. In teoria andrebbero analizzate quindi tutte le interazioni, ovvero tra ciascun qubit e tutte e tre le cavità e tra i due qubit stessi. L'hamiltoniana dovrebbe avere un'espressione del tipo:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{eff} = & \frac{1}{2}\hbar\omega_{q1}\sigma_1 + \frac{1}{2}\hbar\omega_{q2}\sigma_2 + \\ & + (\hbar\omega_{r1} + \hbar\chi_1^{r1}\sigma_1 + \hbar\chi_2^{r1}\sigma_2) \hat{a}^\dagger \hat{a} + (\hbar\omega_{r2} + \hbar\chi_1^{r2}\sigma_1 + \hbar\chi_2^{r2}\sigma_2) \hat{c}^\dagger \hat{c} + \\ & + (\hbar\omega_s + \hbar\chi_1^s\sigma_1 + \hbar\chi_2^s\sigma_2) \hat{b}^\dagger \hat{b} + \hbar J(\sigma_1^- \sigma_2^+ + \sigma_2^- \sigma_1^+) \end{aligned} \quad (1.83)$$

dove i primi termini sono relativi ai qubit, il terzo addendo, contrassegnato dagli operatori di creazione  $\hat{a}$  tiene conto di tutti i termini relativi alla prima cavità di readout, denominata con 1, la sua frequenza di risonanza, lo shift dovuto al qubit 1,  $\chi_1^{r1}$ , e lo shift dovuto al qubit due,  $\chi_2^{r1}$ . Per estensione i termini relativi alla seconda cavità di readout, denominata con 2, contrassegnati dagli operatori di creazione  $\hat{c}$ , e di Storage, contrassegnati dagli operatori di creazione  $\hat{b}$ . L'ultimo termine rappresenta l'accoppiamento tra i due qubit; questo verrà approfondito nel seguito.

Per come è stato progettato il sistema, si veda il capitolo 3.1, si è cercato di minimizzare l'accoppiamento tra il qubit (per esempio Qubit1) e la cavità di readout non rispettiva (Readout2). Anche l'accoppiamento tra i due qubit in prima approssimazione è trascurabile. In questo

modo il sistema nel suo complesso può essere descritto da due hamiltoniane quasi indipendenti del tipo 1.82.

Per una trattazione più completa si è tenuto in conto anche dell'accoppiamento tra due qubit, per valutarne la portata. Per questo si usa l'articolo [40] e si trova il fattore di accoppiamento tra due qubit.

In questo studio vengono analizzati due qubit superconduttivi e confrontati con qubit a trappola di ioni per esempio. Come è stato spiegato nella trattazione delle varie tipologie di qubit, un problema attuale dei qubit superconduttivi è che possono accoppiarsi solo tra qubit vicini, non riuscendo a comunicare e mantenere buone proprietà di coerenza ed entanglement tra qubit distanti. Altre tipologie di qubit non presentano questo problema, come i qubit fotonici o a trappola di ioni. Nell'articolo in questione viene proposto un metodo per accoppiare due qubit superconduttivi transmon a 5 mm di distanza collegati con una linea di trasmissione ed accoppiati entrambi alla stessa cavità; proprio questa serve da vaso comunicante tra i due permettendo il loro accoppiamento a distanza. Infatti, la forza del loro accoppiamento dipende dall'accoppiamento reciproco che ciascun qubit ha con la cavità centrale.

Siano  $g_1$  e  $g_2$  gli accoppiamenti tra i rispettivi qubit e la cavità centrale, e  $\Delta_1$  e  $\Delta_2$  i detuning tra la frequenza del qubit 1 e 2 rispettivamente e la frequenza della cavità risonante; l'accoppiamento tra i due qubit è rappresentato dall'ultimo termine dell'hamiltoniana proposta nella formula 1.83,<sup>20</sup> ovvero dal termine  $J$ . Dall'articolo [40] si è valutato questo fattore in funzione dei parametri di accoppiamento dei singoli qubit con la cavità:

$$J = \frac{g_1 g_2}{2} \left( \frac{1}{\Delta_1} + \frac{1}{\Delta_2} \right) \quad (1.84)$$

Che intuitivamente indica che due qubit fortemente accoppiati a una cavità, con detuning non troppo elevato, riescono a comunicare tra loro scambiandosi fotoni attraverso essa.

L'accoppiamento tra i qubit dipende anche dalla loro frequenza, infatti questa formula vale fintantoché i qubit hanno frequenze comparabili, in modo che possono comunicare scambiandosi fotoni con energia simile. Altrimenti, per citare l'articolo, tradotto: “Quando i qubit sono non-degeneri  $|\omega_1 - \omega_2| \gg J$ , questo processo non conserva l'energia, e

---

<sup>20</sup>Dove in questo caso compare solo una cavità invece che tre.

quindi di fatto l'interazione è spenta".

Per questo, nel loro esperimento, usano degli SQUID per realizzare i transmon qubit, in questo modo attraverso l'applicazione di un campo magnetico riescono a cambiare la frequenza dei qubit, accoppiandoli e disaccoppiandoli a piacere; questo permette di realizzare molti gate quantistici facilmente e dinamicamente.

Lo studio appena presentato è pensato per massimizzare l'accoppiamento tra qubit, potendolo poi disattivare applicando un campo magnetico, per utili operazioni in computazione quantistica. Tuttavia, nello studio di questa Tesi lo scopo è opposto da questo punto di vista, ovvero servono due qubit quasi indipendenti che si possano controllare individualmente per migliorare la lettura di un singolo fotone nell'applicazione di single photon counter. Tuttavia, anche se l'applicazione è opposta, vale la stessa trattazione matematica, avendo sempre due qubit accoppiati a una cavità in comune, la cavità di Storage. La differenza è che in questo caso deve essere progettato il sistema per minimizzare questo fattore di accoppiamento  $J$ , sia minimizzandone il valore, sia cercando di rientrare nella regione non-degenere spegnendo di fatto la possibilità di comunicare tra i due qubit.

Come si vedrà nella sezione dei risultati del design, capitolo 3.1, questo è stato realizzato con successo in due modi, minimizzando l'accoppiamento reciproco allontanando i qubit tra loro, e spostandosi nella regione non-degenere variando la frequenza di risonanza dei qubit.

Si ricorda che  $\sigma_+$  e  $\sigma_-$  sono gli operatori di aumento e diminuzione del qubit, rispettivamente, che vuol dire che applicati al qubit ne determinano il passaggio dallo stato eccitato a ground, applicando  $\sigma_-$ ; mentre il qubit viene eccitato usando l'operatore  $\sigma_+$ .

Richiamando la notazione vettoriale dei qubit, questo vuol dire che si può esprimere

$$\sigma_+ = |e\rangle\langle g| = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.85)$$

$$\sigma_- = |g\rangle\langle e| = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.86)$$

Si noti come applicando l'operatore di aumento allo stato fondamentale esso passi allo stato eccitato:

$$\hat{\sigma}_+|g\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |e\rangle \quad (1.87)$$

La relazione che lega questi operatori alla matrice di Pauli è tramite il commutatore, come si può facilmente verificare con delle semplici

operazioni matriciali.

$$[\sigma^-, \sigma^+] = \sigma^z \quad (1.88)$$



## Capitolo 2

# Sistemi sperimentali e software utilizzati

Per svolgere le attività di simulazioni e analisi, oltre ai concetti teorici esposti nel primo capitolo, sono stati essenziali diversi strumenti di misura, tecniche di misura e caratterizzazione e strumenti software per effettuare valide simulazioni.

Nel seguito verranno presentate le tecniche comunemente utilizzate per effettuare la caratterizzazione di un qubit superconduttivo accoppiato ad una cavità risonante. Tutta la trattazione si basa sugli articoli [23] e [2].

Brevi cenni saranno esposti sugli strumenti di misura utilizzati e sui processi legati alla fabbricazione del qubit e delle cavità risonanti.

Infine si presenteranno gli strumenti software utilizzati per permettere il design del qubit, effettuare simulazioni quantistiche ed elettromagnetiche.

### 2.1 Tecniche di misura e caratterizzazione

In questa sezione si vuole analizzare il qubit, dalla sua fabbricazione fino alla sua completa caratterizzazione, in questo percorso si descrivono gli strumenti e le tecniche necessarie di volta in volta, dando anche nozioni base sulla procedura sperimentale.

#### a) **Fabbricazione dei qubit superconduttivi**

Il cuore del transmon qubit è la giunzione Josephson, che in questo contesto viene spesso realizzata in alluminio. Per realizzarla si evapora dell'Al su un substrato dielettrico, di solito in silicio o zaffiro. Per realizzare la giunzione si effettua una tecnica di deposizione a doppio angolo, deponendo due strati di Al sfalsati, evaporandoli a due angoli

diversi, e interponendo tra essi uno strato di ossido di alluminio che serve come isolante per la giunzione. Per i dettagli realizzativi si faccia riferimento all'articolo [23]. Una volta fabbricato deve essere controllato attraverso il microscopio a scansione elettronica, SEM, microscopio estremamente preciso che riesce a risolvere anche i dettagli a livello di pochi nm.

Questo microscopio usa fasci di elettroni con energie fino a 50 keV che vengono fatti incidere sulla superficie d'osservazione; tramite la riflessione si riesce a ricostruire l'immagine del campione.

Il fascio di elettroni ad alta energia può alterare la struttura della giunzione realizzata con una precisione elevatissima, per cui sorge il problema che le giunzioni analizzate al SEM anche se ottime possono essere state rovinare dalla misura. Quindi spesso si fabbricano diversi campioni con la stessa tecnica, e se ne analizzano pochi campioni, in questo modo si riesce a stimare la qualità delle giunzioni senza doverle esaminare tutte.

#### b) **Test a temperatura ambiente**

A questo punto bisogna caratterizzare il sistema qubit-cavità. Ci sono diverse misure ed esperimenti da eseguire per caratterizzare completamente il qubit. Prima del cool-down (ovvero prima di passare agli esperimenti in criogenia, dove la JJ diventa superconduttiva e il qubit inizia a funzionare come tale); ci sono alcuni step da eseguire:

- Misura della resistenza a temperatura ambiente della giunzione Josephson
- Scegliere opportunamente la cavità, la geometria e le dimensioni, il materiale, e la lunghezza dei collegamenti per l'accoppiamento sia debole che forte. Questo va scelto anche in base alle simulazioni elettromagnetiche ed al design eseguito. Effettuare anche la calibrazione fin dove possibile.
- Predisporre il qubit dentro la cavità, nel punto dove il campo è massimo, e fissarlo meccanicamente<sup>1</sup>.
- Caratterizzazione della trasmissione della cavità, con qubit incluso.

#### c) **Cool down**

Effettuati questi esperimenti, si procede al cool down. Il circuito del

---

<sup>1</sup>Infatti i superconduttori in presenza di un campo magnetico, possono subire forze non trascurabili a causa della dinamica dei flussoni[33] [34].

criostato può variare a seconda dell'esperimento, e verrà esposto nel capitolo relativo ai risultati sperimentali 3.2. Di seguito si riporta solamente un setup minimale, e come esempio ci si riferisce al setup mostrato in figura 2.1. In questa configurazione sono presenti due linee di input che partono da temperatura ambiente e scendono fino al qubit, posto sul piatto più freddo a pochi mK, per non portare rumore da termico lungo questa linea vengono adoperati diversi attenuatori da 20 o 10 dB. L'uscita del qubit è collegata ad un'altra linea che deve arrivare a 300 K, dove ora serve al contrario amplificare il segnale del qubit per avere buone letture, per cui si usano diversi amplificatori. Nel caso in cui siano presenti qubit tunabili, ovvero transmon realizzati con degli SQUID, serve anche un'ulteriore linea per regolare lo SQUID. Infine, devono sempre essere presenti alcuni filtri per ridurre la banda del rumore e avere letture solo nella banda di interesse.

Durante la discesa del segnale verso il qubit, per non portare rumore, si usano degli attenuatori durante i vari stadi di temperatura (tipicamente uno a 50 K, uno a 5 K e uno a 1 K, per terminare con lo stadio a 10 mK).

Il qubit è collegato a uno degli input, e d'altra parte a un circolatore, che può collegarlo con il secondo input oppure con una linea di output, utilizzata per la lettura.

In questa linea è critica l'amplificazione del segnale, per cui si devono usare diversi amplificatori a diversi stadi di temperatura. Per i dettagli si veda la fase relativa all'esperimento, capitolo 3.2.

Una volta raffreddato il qubit si procede con i diversi esperimenti per la sua caratterizzazione.

#### d) **Misura DC**

Per prima si effettua una misura DC, in cui viene polarizzata la giunzione Josephson con una tensione o con una corrente variabile, per ricostruire la sua caratteristica I-V (corrente tensione)[41]. Da questa è possibile valutare la resistenza nello stato normale della giunzione, utile a determinare la corrente critica e l'induttanza del qubit. Inoltre permettono di avere una prima verifica dell'effettivo funzionamento del transmon e confrontarsi con i risultati attesi dai laboratori che si occupano della fabbricazione del qubit, suggerendo un importante feedback ed un utile controllo del design realizzato.

#### e) **Misure nel dominio della frequenza**

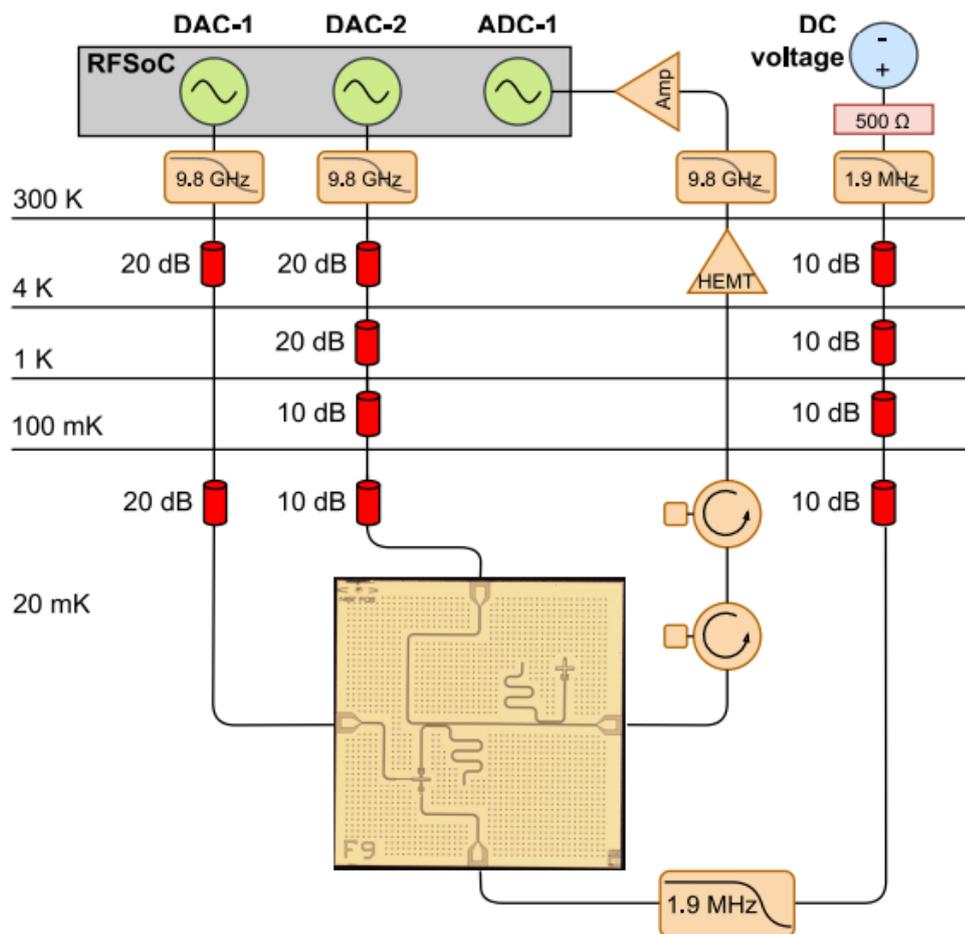


Figura 2.1: Esempio di setup sperimentale per la misura e caratterizzazione del circuito del transmon qubit della figura 1.8. Nella sezione risultati 3.2, verrà proposto un caso reale, con molti più dettagli e spiegato adeguatamente. La figura in questione è presa dall'articolo[3]

I primi due esperimenti sul sistema qubit-cavità sono eseguiti nel dominio della frequenza, guardando solamente ai parametri di scattering del VNA.

- **Punch-out, spettroscopia a un tono.** In primo luogo, è necessario verificare la presenza del qubit e valutare se esso sia operativo, ossia funzioni correttamente come sistema a due livelli.

L'idea di base di questo esperimento è che se il qubit è accoppiato alla cavità allora il sistema si è ibridizzato, come spiegato nel capitolo 1.4, entrando nello stato dressed, e si osserva una leggera non linearità nella cavità, indipendentemente dalle caratteristiche del qubit e a quale frequenza esso si trovi. Grazie a questa proprietà, in questo primo esperimento non è necessario sapere la frequenza di risonanza del qubit, sono più che sufficienti le stime ottenute dal design per la calibrazione degli strumenti nel range di frequenze (cambia il setup sperimentale se si lavora ai kHz, ai GHz o a i THz).

Per determinare l'effettiva operatività del qubit, si osserva se la frequenza della cavità subisce una variazione in seguito al cambiamento di stato del qubit. Quindi, si deve comparare la trasmissione ( $S_{12}$ ) della cavità nel regime di bassa potenza e di alta potenza, vedendo se si ha uno shift della frequenza di risonanza della cavità.

Mandando bassa potenza il qubit, molto probabilmente si trova nello stato fondamentale (ground state). Viceversa, sondando il qubit con un segnale ad alta potenza, si eccede la corrente critica della JJ del qubit, e di fatto si va a misurare la frequenza del "bare state", ovvero sistema qubit-cavità disaccoppiati.

Come spiegato nel capitolo 1.3, nella sezione della lettura del transmon, si riesce a leggere lo stato del qubit analizzando solamente la trasmissione della cavità alla quale è accoppiato. In altre parole, se all'aumentare della potenza inviata si vede uno shift nella frequenza della cavità il qubit sta effettivamente funzionando ed è accoppiato alla cavità.

La misura del punch out fornisce, inoltre, un'indicazione ulteriore: se nel regime di alta potenza, la frequenza si sposta verso frequenze più basse, si deduce che la frequenza del qubit è sotto la frequenza di risonanza della cavità, e viceversa se lo shift è verso frequenze maggiori. Uno shift grande, indica che l'accoppiamento cavità-qubit è forte.

Da questo shift si può fare una prima stima del dispersive shift,  $\chi$ , dalla formula 1.81.

- **Spettroscopia a due toni.** Una volta confermato che il qubit è funzionante, si passa a identificare la sua frequenza.

Il principio di base consiste nell'inviare un segnale alle microonde debole in modo continuativo alla cavità, e sondare la trasmissione della cavità,  $S_{12}$ .

Visto che il probe viene eseguito alla risonanza, ci si aspetta sempre un elevato segnale di trasmissione. Questo viene denominato il primo tono.

Mentre il primo tono è acceso, viene inviato il secondo tono, che consiste in un segnale alle microonde. Mentre si continua a monitorare il segnale di trasmissione, viene eseguito uno sweep<sup>2</sup> della frequenza del tono del secondo segnale. Non appena la frequenza del secondo segnale è in corrispondenza della frequenza di transizione del qubit, il qubit viene eccitato e si ha uno shift della frequenza della cavità.

A questo punto il VNA non è più in corrispondenza della risonanza della cavità, essendosi spostata, per cui si vede una caduta della potenza trasmessa (drop in  $S_{12}$ ).

In tutta la trattazione di questa tesi si considera sempre il qubit come un sistema a soli due livelli, ma in realtà, come spiegato nel capitolo 1.3, il potenziale anarmonico ha infiniti livelli non equispaziati, in cui si cerca di lavorare solo con i primi due. In questa misura, aumentando la potenza mandata dal secondo tono, si riescono a vedere i livelli successivi. Dal punto di vista della trasmissione si vede una seconda diminuzione della trasmissione, un secondo dip, che ci dà informazioni sul livello di anarmonicità del sistema.

Tutte le considerazioni sulla spettroscopia sono state proposte considerando la trasmissione; tuttavia, si potrebbe procedere in maniere analoga anche sulla riflessione,  $S_{11}$ . L'ampiezza della riflessione darebbe accuratezze poco elevate, come si vede anche dalle simulazioni elettromagnetiche nel capitolo 3.1, perciò è più opportuno utilizzare la fase del  $S_{11}$ .

#### f) Misure nel dominio del tempo

Gli ultimi tre esperimenti sono misure nel dominio del tempo e inclu-

---

<sup>2</sup>Si eseguono diverse misure a diverse frequenze, che variano da un minimo a un massimo valore di frequenza, con un certo passo fissato, questa procedura è denominata sweep.

dono la preparazione e il readout dello stato del qubit, e quindi sono esperimenti più delicati da eseguire.

Prima di procedere alla descrizione degli esperimenti è bene fare una premessa per spiegare come vengono effettuate le misure nel dominio del tempo e introdurre gli strumenti di misura.

L'inizializzazione, secondo criterio di Di Vincenzo[16], per un qubit transmon, è piuttosto semplice. Per semplicità si usa il ground state<sup>3</sup>, e si parla di inizializzazione sottintendendo di portare il qubit nello stato  $|0\rangle$ .

Questa operazione è banale, per quanto detto precedentemente riguardo al rilassamento esponenziale, il qubit andrà da solo verso lo stato fondamentale, con un tempo caratteristico  $T_1$ . Per cui è sufficiente aspettare  $5 T_1$  (tipicamente dell'ordine di 10-100 ms) per essere ragionevolmente sicuri di trovare il qubit nello stato  $|0\rangle$ .

Come secondo passo fondamentale vi è la manipolazione e la preparazione del qubit, ovvero il quarto criterio di Di Vincenzo. In questo step è fondamentale mandare segnali per un'esatta durata e con una temporizzazione e sincronizzazione precisa. A differenza delle misure in spettroscopia, serve quindi un controllo molto preciso del segnale, dovendo accenderlo e spegnerlo con un'elevata accuratezza. Per eseguire questo switching si usa un mixer  $I/Q$  a radiofrequenza, che può modulare o demodulare i segnali.

Idealmente, il mixer, in figura 2.2, moltiplica il segnale nella porta contrassegnata da LO per il segnale in I, sommato al segnale in LO moltiplicato per il segnale in Q sfasato di  $90^\circ$ . Questo permette di avere uno switch anche da un segnale continuo, se per esempio si manda un segnale continuo su LO, si può effettuare lo switching mandando impulsi DC sulle porte I e Q. Il segnale in uscita, da RF, sarà solo un pezzo del segnale originale, scelto (o tagliato) dagli impulsi in DC che si inviano sulle porte I e Q.

Questa tecnica conferisce un controllo sufficientemente preciso da manipolare il qubit usando le oscillazioni di Rabi del qubit. Per esempio, scegliendo la frequenza del segnale LO come la frequenza del qubit, applicando un impulso DC sulla porta I si farà passare il segnale LO solo per un certo intervallo  $t$ , di durata arbitraria. Essendo alla frequenza di Rabi, il segnale in uscita farà oscillare il qubit, e scegliendo oppor-

---

<sup>3</sup>Sapendo come 'scrivere' il qubit, è sufficiente portare il qubit in un qualsiasi stato noto, con elevata sicurezza, dopodiché, noto lo stato iniziale, si può manipolare il qubit, e metterlo in qualsiasi stato a piacere, avendolo così inizializzato propriamente.

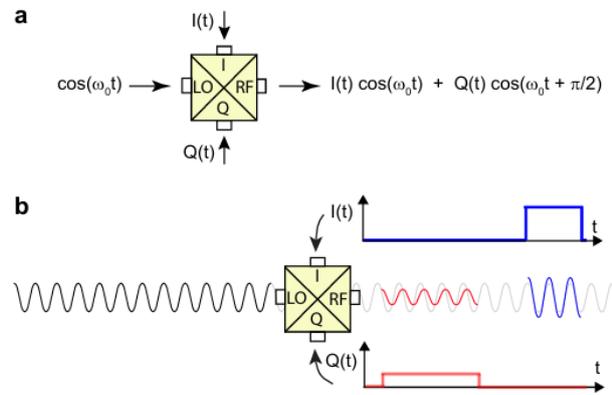


Figura 2.2: Mixer I Q. a) Uscita del mixer I Q usato per controllare e modulare il segnale in LO attraverso le porte I e Q. b) Schema temporale dell'uso del mixer per segmentare il segnale principale in uscita. Figura presa dall'articolo [23]

tunamente la durata  $t$ , si ferma l'oscillazione nel punto desiderato, che può essere una sovrapposizione generica degli stati ( $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ ) oppure lo stato eccitato (lo stato  $|1\rangle$ ), lo si ottiene applicando un impulso  $\pi$ ). Si veda la figura 2.3 per una rappresentazione grafica anche tramite la sfera di Bloch.

Una volta scritto il qubit è di interesse il readout, terzo criterio di Di Vincenzo, ovvero come leggere lo stato del qubit. Per misurare lo stato del qubit si manda un segnale alla frequenza della cavità.

Si ricorda che la frequenza della cavità dipende dallo stato del qubit, per cui, per monitorare lo stato del qubit si può misurare lo shift di fase sulla cavità tramite una misura denominata “homodyne”. Si prendono due copie del segnale, alla frequenza della cavità, e non appena si decide di eseguire il readout del qubit, si manda una delle due copie alla cavità, leggendo il segnale trasmesso, e lo si demodula con la seconda copia lasciata intatta.

L'idea di base è di un interferometro alle microonde. La demodulazione restituisce un segnale DC proporzionale alla differenza di fase tra le due copie. Questo segnale DC dà indicazioni se la frequenza della cavità ha subito o meno uno shift in frequenza e se verso il basso o verso l'alto, indicando lo stato del qubit. Solitamente si osserva una differenza di fase piccola, da cui si approssima sin e cos al primo ordine, e lo shift di

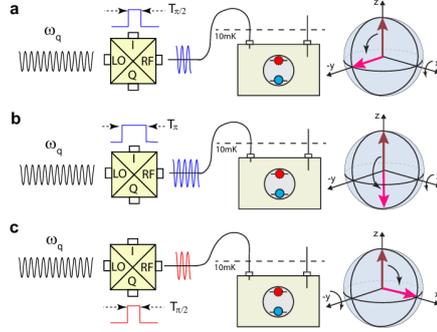


Figura 2.3: Impulsi di drive applicati al qubit rappresentati sulla sfera di Bloch. a) impulso di durata  $\pi/2$  applicato sulla porta I b) impulso di durata  $\pi$  applicato sulla porta I c) impulso di durata  $\pi/2$  applicato sulla porta Q . Figura presa dall'articolo [23]

fase è racchiuso tutto solo nel segnale in quadratura. In fisica quantistica, la misura darà un risultato probabilistico la cui probabilità è data dalla sovrapposizione degli stati in cui è il qubit ( $|\beta|^2$  e  $|\alpha|^2$ ), non basta una misura per determinare lo stato del qubit. Bisogna effettuarne  $N$ , con  $N > 100$ , e da queste fare considerazioni statistiche.

Quindi, l'esperimento viene ripetuto  $N$  volte, ogni volta che si osservano valori dello shift di fase positivi, viene assegnato il valore -1, e ogni volta che si osservano valori di shift negativi viene assegnato +1, indicando in questo modo che si è trovato il qubit nello stato eccitato con -1 e ground con +1. A questo punto, dalla statistica, si ricava la popolazione per lo stato ground, come l'equazione 2.1.

$$P_g = \frac{N_+}{N_+ + N_-} \pm \sqrt{\frac{N_+ N_-}{N^3}} \quad (2.1)$$

dove  $N_+$  è il numero di esperimenti con qubit osservato nello stato fondamentale, e  $N_-$  è il numero di esperimenti con qubit osservato nello stato eccitato.

La popolazione dello stato eccitato si trova di conseguenza, dopo aver calcolato  $P_g$  dalla 2.1, come

$$P_e = 1 - P_g \quad (2.2)$$

- **Rabi**

A questo punto si hanno tutti gli strumenti per discutere le misure di Rabi. La frequenza del qubit è nota dagli esperimenti di spettroscopia. Per prima cosa, nel dominio del tempo, si devono

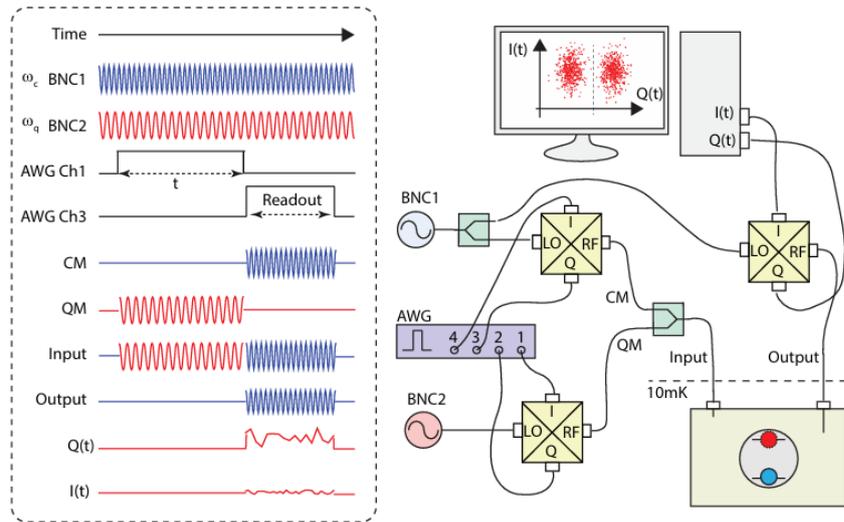


Figura 2.4: A sinistra la sequenza temporale dell'esperimento Rabi, a destra una tipica configurazione del setup sperimentale corrispettivo. Figura presa dall'articolo [23]

osservare le oscillazioni di Rabi.

Si manda un segnale al qubit di durata  $t$ , da variare con uno sweep, e subito dopo si invia un segnale di readout per leggere lo stato del qubit. Per ogni tempo  $t$  si effettuano  $N$  misure (con  $N > 100$ ), e dopodiché si cambia  $t$  e si ripete. Si veda la figura 2.4 per vedere graficamente la temporizzazione della misura Rabi.

Per generare le forme d'onda dei vari segnali inviati al mixer I/Q si usa un generatore di forme d'onda AWG (arbitrary waveform generator). Un altro mixer è utilizzato per le misure homodyne, per rilevare il phase-shift ed eseguire il readout dello stato del qubit. In figura 2.5 si mostrano le tipiche oscillazioni di Rabi. Qui si può notare anche il grafico di Chevron, molto utile per caratterizzare le oscillazioni di Rabi. Questa misura permette di ricavare moltissime informazioni sul qubit. Per prima cosa, dalle sequenze di Rabi si estraggono i tempi necessari alla calibrazione e preparazione degli impulsi, quanto tempo deve durare l'impulso per eseguire un  $\pi$  pulse o un  $\pi/2$  pulse. Inoltre, si determinano anche la potenza, la frequenza e la fase dei segnali da inviare per massimizzare il contrasto delle oscillazioni e avere la massima accuratezza nelle prossime misure.

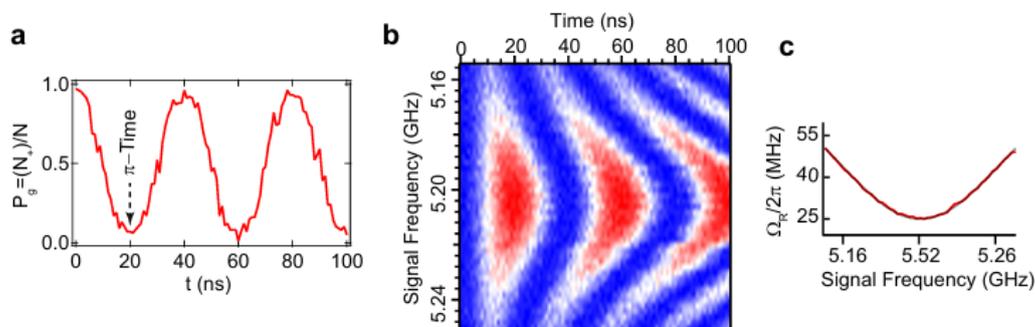


Figura 2.5: grafico di Chevron caratteristico delle misurazioni di Rabi. a) Tipiche oscillazioni di Rabi. b) Grafico di Chevron, in cui sono mostrate tempo, potenza e frequenza. c) Dal fit dei grafici precedenti si estrae la curva della frequenza delle oscillazioni di Rabi in funzione della frequenza del segnale applicato. Figura presa dall'articolo [23]

Il segnale inviato, infatti, viene fatto variare in frequenza, come si vede dal grafico di Chevron, questo ci permette di verificare se il segnale inviato è in corrispondenza della risonanza e quindi permette di avere una stima più accurata della frequenza di risonanza, eseguendo un fit del seno, dai grafici riportati in figura 2.5.

- **Misure di  $T_1$**

Come già spiegato, il tempo di rilassamento,  $T_1$ , è un punto chiave nella caratterizzazione del qubit. Per misurare il tempo di vita del qubit si procede con tre step:

Si prepara il qubit nello stato eccitato, inviando un segnale  $\pi$  pulse.

Si aspetta per un tempo  $t$ , variabile.

Si misura lo stato del qubit inviando il segnale di readout alla cavità.

Il setup è identico a quello usato per le misurazioni di Rabi ma cambia la sequenza dei segnali inviati. Come prima, si effettuano  $N$  misure per ogni tempo  $t$ . Il tempo  $t$  viene fatto variare in un range di interesse tramite un apposito sweep.

Si veda la figura 2.6 per visualizzare la temporizzazione dell'esperimento.

- **Ramsey**

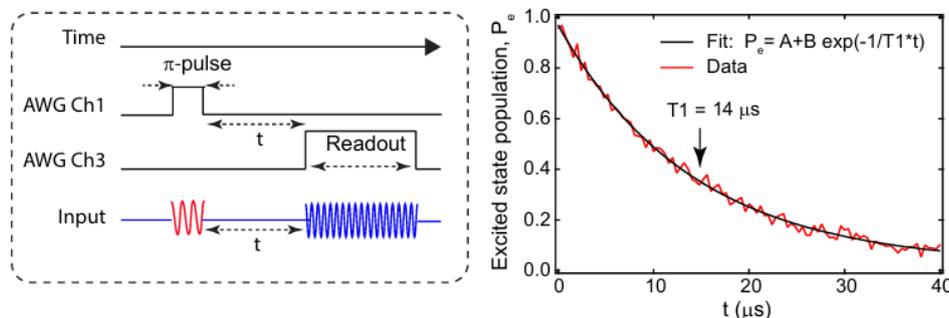


Figura 2.6: Misure di  $T_1$ . A sinistra i segnali, con la relativa temporizzazione e sincronizzazione, per effettuare una tipica misura del tempo caratteristico  $T_1$ . A destra l'andamento del decadimento esponenziale misurato. Dal fit di quest'ultimo si riesce a stimare il tempo di vita del qubit. Figura presa dall'articolo [23]

Per caratterizzare il tempo di dephasing,  $T_2$ , si procede in modo simile alle misure effettuate per  $T_1$  cambiando gli step dei segnali di ingresso inviati. Questo tipo di misura è chiamata misura di Ramsey.

Si prepara il qubit in una sovrapposizione degli stati, applicando un impulso  $\pi/2$  pulse.

Si aspetta per un intervallo di tempo  $t$ .

Si applica un altro impulso  $\pi/2$  pulse.

Immediatamente, si esegue il readout.

Se non ci fosse dephasing, per qualsiasi tempo,  $t$ , il qubit tornerebbe nello stato iniziale<sup>4</sup>. Avendo inevitabilmente un certo sfasamento, quando  $t$  sarà dell'ordine di  $T_2$  si osserverà un cambio di stato del qubit, da cui si determina  $T_2$ .

L'esperimento Ramsey è schematizzato in figura 2.7.

#### g) **Amplificazione.**

Il qubit è collegato agli apparati di misura a temperatura ambiente, la linea di collegamento vede quindi un passaggio da 10 mK a 300 K. L'aumento di temperatura comporta un aumento considerevole del rumore termico, che sopprime completamente il segnale che trasporta l'informazione quantistica, un segnale alle microonde molto debole, ti-

<sup>4</sup>Dopo Ramsey il qubit può trovarsi o nello stato fondamentale o nello stato eccitato, dipende dal verso della fase. Non è rilevante ai fini della spiegazione dell'esperimento.

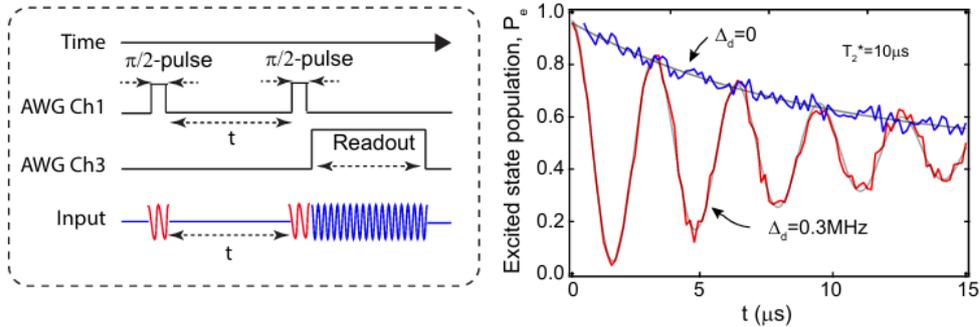


Figura 2.7: Misure di  $T_2$ . A sinistra i segnali, con la relativa temporizzazione e sincronizzazione, per effettuare una tipica misura del tempo caratteristico  $T_2$ . A destra l'andamento del decadimento oscillante smorzato misurato. Dal fit esponenziale di quest'ultimo si riesce a stimare il tempo di vita del qubit. Figura presa dall'articolo [23]

picamente dell'ordine di un fotone per microsecondo[23]. Per questo il segnale proveniente dal qubit deve essere amplificato prima di arrivare a temperatura ambiente.

Ci sono diversi stadi di amplificazione, alle diverse temperature del refrigeratore quantistico, come si può vedere nel capitolo 3.2, e per gli stadi a temperature più elevate si possono usare amplificatori tradizionali, come gli HEMT o FET.

Tuttavia, serve uno stadio di amplificazione anche alle basse temperature che abbia pochissimo rumore interno. Per questo si usa il JPA, Josephson Parametric Amplifier. Esso, similmente al qubit transmon, è una JJ usata come oscillatore non-lineare. La differenza è nella corrente critica, aggiustata in fase di fabbricazione per essere molto più elevata rispetto a un transmon[23].

Questo fa sì che il JPA abbia una più debole non linearità che permette di avere un'amplificazione col minimo di rumore quantistico possibile. Inoltre, è ideale per funzionare in criogenia, essendo una giunzione superconduttiva.

## 2.2 Strumenti software

Tra i vari tool e software utilizzati si presentano nel seguito i principali strumenti, con una breve descrizione delle rispettive funzionalità e un accenno a

come sono stati utilizzati nell'ambito di questo progetto di ricerca.

a) **ANSYS-HFSS.**

Software di simulazione elettromagnetica[42] agli elementi finiti per analisi e design di geometrie 3D, specialmente in applicazioni ad alta potenza. Sostanzialmente prevede una prima fase progettuale della geometria, definizione dei materiali e delle condizioni al contorno; una seconda fase in cui la geometria viene opportunamente suddivisa in regioni di volume ridotto, dette mesh, e infine si vanno a risolvere le equazioni di Maxwell per via numerica in queste sottoregioni, fornendo poi la soluzione completa combinando l'analisi fatta per le singole mesh.

Ci sono due tipi di modalità utilizzate nel seguito, la modalità eigenmode, che trova le frequenze dei modi di risonanza senza considerare un reale scenario di eccitazione da una data porta. Questa modalità è indispensabile in fase di design quando si devono ancora trovare i modi e analizzarli, per esempio analizzando il campo elettromagnetico dei modi (eigenmode).

L'altra modalità è ModalNetwork, Drive, in cui si considerano anche le porte, in particolare wave port, e si studiano i parametri di scattering tra queste porte in range di frequenza da definire. Questa, volendo, è un'analisi più simile a un esperimento reale, dove vengono considerate anche le antenne e il loro accoppiamento al sistema.

b) **ANSYS Q3D extractor**

Un altro package di ANSYS, con interfaccia simile a HFSS, è Q3D, dove in questa modalità si analizzano le distribuzioni di carica della geometria tridimensionale; per questo è particolarmente indicato al calcolo delle capacità di strutture anche complesse, sia tridimensionali che planari. Il calcolo della capacità serve sia per fare un controllo dei parametri del qubit calcolati con pyEPR, sia per avere una stima degli accoppiamenti ma anche in altre geometrie per calcolare parametri caratteristici, come per esempio per calcolare il guadagno di un JPA.

c) **pyEPR**

Tool basato su linguaggio python, che effettua un'analisi quantistica, basata sui rapporti di energia di partecipazione, detta analisi EPR[43][44]. La costante EPR, Energy Participation Ratio, è un numero compreso tra 0 e 1, che indica la quantità di energia di un dato modo elettromagnetico immagazzinata in un elemento circuitale. Si può esprimere

come:

$$EPR = \frac{E_{mj}}{E_m}, \quad (2.3)$$

dove  $E_m$  rappresenta l'energia del modo elettromagnetico e  $E_{mj}$  rappresenta l'energia dell'elemento circuitale  $j$  in presenza del modo  $m$ . Dall'equazione 2.3, se  $EPR=0$ , allora quell'elemento circuitale, la giunzione Josephson del qubit ad esempio, non ha energia elettromagnetica immagazzinata, e quindi vuol dire che non si è accoppiato al modo elettromagnetico in questione. Se  $EPR=1$ , il qubit ha tutta l'energia elettromagnetica del modo, indicando un ottimo accoppiamento. Valori tipici ottenuti nelle simulazioni eseguite sono intorno al 95%

Questo tool è molto indicato per la sua compatibilità con software di simulazione elettromagnetica come ANSYS, per cui dopo un'analisi elettromagnetica del sistema qubit-cavità si importa il progetto in pyEPR dove si riesce a fare l'analisi dettagliata del sistema, svolgere l'analisi EPR ed estrarre tutti i parametri di interesse[45].

In questo progetto è stato usato anche perché data la complessità del problema non si poteva procedere con le procedure utilizzate per singole cavità<sup>5</sup>.

#### d) QISKIT-METAL

Tool basato sul linguaggio di programmazione python e anche con apposita interfaccia grafica, per design e caratterizzazione di qubit e di strutture planari. Molto utile per simulazioni 2D. Inoltre permette di interfacciarsi al software di ANSYS, in questo modo è possibile effettuare il design di un qubit planare su qiskit-metal[46], per poi importarlo su ANSYS e da qui integrarlo in una struttura 3D, accoppiandolo con le cavità di risonanza[47].

---

<sup>5</sup>Per esempio, nell'articolo [2] si è usato un qubit transmon in una singola cavità. A questo punto l'analisi è stata effettuata sfruttando il tool di ANSYS FieldCalculator, che permette di svolgere calcoli direttamente all'interno del software, come integrali di linea del campo o delle distribuzioni di carica. A partire da questi si possono poi calcolare manualmente tutti gli altri parametri di interesse. In questo progetto, tuttavia, non era sufficiente il tool di FieldCalculator avendo più di una cavità.



# Capitolo 3

## Design e risultati sperimentali

In questo capitolo si spiega nel dettaglio il design realizzato accennando alle varie simulazioni effettuate per ottimizzarlo.

Il single photon counter, con tre cavità e due qubit è rappresentato in figura 3.1. Anche nel seguito ci si riferirà implicitamente a questa immagine per l'orientazione degli assi, visibili dall'apposito indicatore in basso a sinistra nella figura.

I due qubit sono posti sui substrati dielettrici, rappresentati in figura come dei rettangoli blu, non si riescono a vedere bene in figura per le scale molto eterogenee del sistema, nel seguito di questo capitolo verranno proposte immagini ingrandite e spiegati adeguatamente. Si sono nominati i qubit come Qubit1, a destra e Qubit2, a sinistra.

Le tre cavità presenti sono una cavità centrale che si accoppia ad entrambi i qubit, denominata cavità di Storage dove sono presenti i fotoni alle microonde da rilevare; ai lati le cavità per leggere lo stato dei qubit in modo indipendente, a sinistra la cavità denominata cavità di Readout2, in quanto accoppiata dispersivamente al Qubit2, a destra la cavità di Readout1, che legge lo stato del Qubit1.

In arancione le antenne per controllare e leggere il sistema.

Si richiama qui brevemente il funzionamento del dispositivo. I fotoni da rilevare entrano in fase di misura dalle antenne della cavità centrale, di Storage. In base all'accoppiamento e al fattore di qualità della cavità si determina la larghezza di banda del risonatore,  $\kappa$ [48].

Per non perdere in efficienza la larghezza dello spettro del fotone,  $\gamma_{ph}$  deve essere minore della larghezza di banda del risonatore,  $\kappa \gg \gamma_{ph}$ . Il fotone da misurare non è monocromatico ma comunque ha una stretta larghezza dello spettro, quindi solitamente si riesce facilmente a rientrare in questa approssimazione.

I qubit sono preparati entrambi nello stato  $|0\rangle + |1\rangle$ . La presenza del fotone

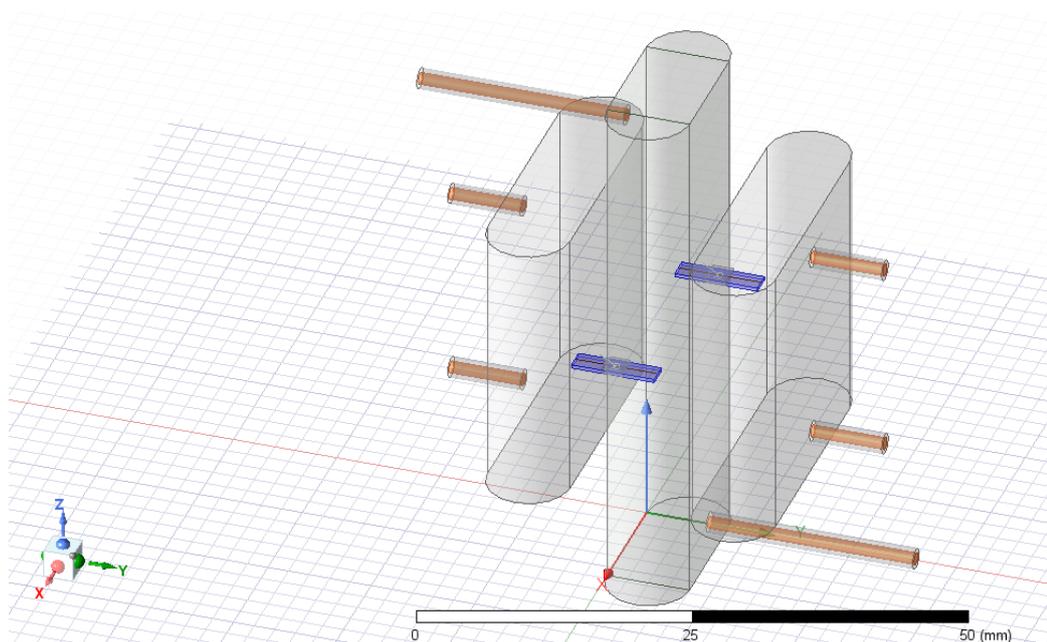


Figura 3.1: Sistema progettato del single photon counter. Da sinistra a destra si vedono la cavità di Readout2, il substrato dielettrico in blu dove è depositato il Qubit2 e i rispettivi pad superconduttivi, la cavità di Storage centrale, il substrato dielettrico dove è collocato il Qubit1 e i rispettivi pad, e infine la cavità di Readout1. In arancione le varie antenne per controllare il sistema. Immagine autoprodotta utilizzando ANSYS.

fa sì che lo stato di entrambi i qubit sia ruotato nello stato  $|0\rangle - |1\rangle$ . Questa rotazione è misurabile con un opportuno protocollo di misura. Per avere buona efficienza deve risultare  $2\chi \gg \kappa$ [2], dove  $\chi$  è lo shift dispersivo.

A questo punto con le cavità laterali, di Readout, si riesce a leggere lo stato dei due qubit indipendentemente l'uno dall'altro, essendo disaccoppiati tra loro. In questo modo l'accuratezza delle letture aumenta.

In base a quanto appena detto nel seguito di questa trattazione si userà sempre l'approssimazione[48]:

$$\gamma_{ph} \ll \kappa \ll 2\chi \quad (3.1)$$

### 3.1 Design e simulazioni

#### a) Introduzione del design

Il progetto si è svolto a fronte di molte simulazioni con i vari strumenti software proposti nel capitolo 2.2, per realizzare il design della struttura finale.

L'esperimento si basa sull'interazione tra qubit e uno e un solo modo elettromagnetico, alla volta, della cavità.

Per questo è essenziale conoscere dettagliatamente il profilo del campo elettromagnetico, nonché le frequenze di risonanza dei modi della cavità[49] per permettere il massimo accoppiamento tra qubit e cavità. In questo modo si riesce a progettare un sistema efficiente e ottimizzato per avere il massimo della sensibilità e buoni parametri caratteristici del qubit.

Per quanto riguarda le frequenze di risonanza delle cavità, sebbene vengano calcolate da ANSYS è sempre utile avere una stima per confronto e per comprendere i risultati. Prendendo una cavità rettangolare, le frequenze dei modi di risonanza sono[49]:

$$f_{mnl} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{d}\right)^2} \quad (3.2)$$

Dove m, n ed l sono gli indici, interi, che definiscono il modo elettromagnetico in coordinate cartesiane<sup>1</sup>. Le costanti c,  $\mu_0$  e  $\epsilon_0$  sono, rispettivamente, la velocità della luce nel mezzo, la permeabilità magnetica e la costante dielettrica nel vuoto. Mentre a, b e d sono le

<sup>1</sup>Per esempio considerando gli indici m=1, n=0, l=1 si il modo  $TE_{101}$ , ovvero un campo elettromagnetico trasverso elettrico con un nodo lungo l'asse x e un nodo lungo l'asse z.

lunghezze dei lati del rettangolo lungo le direzioni  $x$ ,  $y$  e  $z$ , rispettivamente. Da qui si vede come la frequenza sia inversamente proporzionale alla lunghezza della cavità. Sebbene nel design in questione le cavità non fossero strutture esattamente rettangolari, queste formule hanno aiutato a dare una prima stima e a variare il design propriamente per ottenere le frequenze dei modi d'interesse. Per esempio, lo shift di 100 MHz delle frequenze di risonanza delle cavità di Readout è stato ottenuto semplicemente accorciando la cavità di Readout2 di un fattore calcolato dalla formula 3.2; o ancora la spaziatura in frequenza tra i vari modi di ordine superiore, che non devono interferire con l'esperimento, è stata ottenuta estendendo opportunamente le cavità lungo le altre dimensioni.

Queste considerazioni danno informazioni anche sul profilo del campo dei modi. In particolare, noto il profilo del campo elettrico, l'accoppiamento massimo lo si ha ponendo il qubit in prossimità del massimo valore del campo elettrico, orientato lungo le linee di campo (in questo caso, come si vede dal design su ANSYS in figura 3.22, lungo l'asse  $y$ ). Per conoscere dettagliatamente il profilo del campo elettromagnetico e le frequenze di risonanza, sono indispensabili software di analisi RF elettromagnetica, come ANSYS.

Attraverso questi software si riesce a eseguire un design ottimo del sistema cavità-qubit, che può essere anche un sistema complesso con molti parametri da ottimizzare, come nel caso in questione, dove si hanno tre cavità risonanti e due qubit.

Il design, inoltre, è essenziale anche per stimare i parametri del qubit stesso, quali la sua frequenza di risonanza, l'anarmonicità, il coefficiente di accoppiamento e molti altri, presentati nel seguito. Per questo tipo di design si sono utilizzati anche altri tool, dovendo considerare anche caratteristiche quantistiche, integrando ANSYS-HFSS con ANSYS-Q3DExtractor, pyEPR e qiskit-metal.

Il design del qubit, per stimare i parametri principali è utile per due aspetti:

- Dirigere la fabbricazione, sia delle cavità che dei qubit, indicando i parametri geometrici, dei materiali e fabbricativi necessari per realizzare il sistema da misurare e caratterizzare.
- Prima delle misure a guidare il setup sperimentale e la caratterizzazione. Infatti, avere una stima dei valori attesi è molto utile ad avere un confronto con le misure, eventualmente aiutando a definire e correggere possibili situazioni problematiche e non-ideali che

possono sempre sorgere in fase sperimentale<sup>2</sup>. Inoltre, avere una stima dei parametri del qubit permette di predisporre opportunamente il setup sperimentale, ottimizzando le letture. Per esempio, nota la frequenza del qubit, si usano diversi filtri per togliere le frequenze che non sono d'interesse, restringendo la banda di misura e riducendo così il rumore. Sapendo che la frequenza del qubit è di 6 GHz si può mettere un filtro passa alto a 4 GHz e un filtro passa basso a 10 GHz.

- Ottimizzare l'esperimento, migliorando la sensibilità e accuratezza delle misure. Infatti grazie al design elettromagnetico si riesce a massimizzare l'accoppiamento qubit-cavità, a massimizzare la coerenza del qubit e a minimizzare le perdite elettromagnetiche nei dielettrici.

#### b) Motivazione e originalità del design

Gli studi sono partiti da geometrie tridimensionali più semplici, già realizzate, di un singolo qubit accoppiato a una cavità[2], per poi essere gradualmente estesi allo studio di un qubit accoppiato a due cavità[39]. Infine, le analisi sono state estese a un sistema a tre cavità e due qubit, realizzato come estensione speculare delle due cavità analizzate precedentemente, con qualche modifica successiva per disaccoppiare i qubit. Su geometrie di questo tipo, tre cavità e due qubit, non si sono trovate fonti simili in letteratura, in quanto è un design molto innovativo.

Questo tra l'altro ha portato ad alcuni problemi, perché gli strumenti software usati non sono ottimizzati e pensati per applicazioni del genere. Senza entrare nei dettagli, che richiederebbero trattazioni troppo dettagliate e analisi dei vari codici, si sono riscontrate due limitazioni principali:

- HFSS, lentezza delle simulazioni probabilmente dovuta alle impostazioni delle mesh. Avendo un sistema con scale molto eterogenee risulta complicato adattare le mesh, infatti il sistema presenta cavità con geometrie dei cm, ma con dettagli dell'ordine di  $2 \mu\text{m}$ , per cui è difficile adattare le mesh a queste geometrie. Si sono allora modificate opportunamente le impostazioni delle mesh per infittirle solo dove necessario, in modo da ottimizzare il design mantenendo un buon compromesso tra accuratezza della soluzione e velocità di simulazione. Nonostante questi accorgimenti, le

---

<sup>2</sup>Per esempio una volta in fase di misurazione compariva un modo non atteso, e bisognava chiarire se fosse il modo del qubit spostato o un modo parassita. Confrontando con le simulazioni si è capito che era un difetto di fabbricazione.

simulazioni richiedevano comunque tempi fino a un paio di ore, con il rischio di bloccare la simulazione a volte per l'eccessivo dispendio di memoria e utilizzo della CPU.

- pyEPR, problema di selezione di massimo tre modi. In questo progetto sono presenti cinque modi di risonanza da analizzare, due dei qubit e tre delle cavità. Tuttavia, il software di pyEPR non riesce a condurre analisi per più di tre modi alla volta[50]. Perciò ne devono essere selezionati solo tre alla volta per fare un'analisi degli accoppiamenti per parti. Durante questo passaggio, comparivano dei problemi informatici, da cui si è modificato direttamente il codice sorgente delle librerie di pyEPR, open source, per correggere alcuni errori sugli indici che sorgevano nella selezione di più modi.

Il design innovativo di due qubit accoppiati allo stesso risonatore, cavità di Storage, e letti indipendentemente da due risonatori distinti, cavità di Readout1 e Readout2, presenta alcuni vantaggi considerevoli rispetto a un sistema a un solo qubit. Avendo due letture indipendenti, la probabilità di errore di una lettura è il prodotto della probabilità di errore singola[1], ovvero  $P_{err}^2(|1\rangle)$ . Per lo stesso motivo, anche il dark count rate è notevolmente ridotto[1], dovendo avvenire in entrambi i qubit contemporaneamente per avere un conteggio errato. L'affidabilità delle letture quindi aumenta in modo significativo, ovvero una volta che entrambi i qubit rilevano un fotone alle microonde nella cavità di Storage si è ragionevolmente sicuri che questo sia effettivamente presente, e quindi indizio della presenza di un assione per esempio. Sono state effettuate simulazioni per stimare questa affidabilità di lettura, denominata Readout Fidelity, usando il software qutip, figura 3.2, ottenendo probabilità di lettura di un fotone da entrambi i qubit ( $|11\rangle$ ) del 99%. Inoltre, sono state effettuate anche simulazioni più raffinate di una misura Ramsey del sistema a due qubit, mostrate in figura 3.3, ottenendo una probabilità di leggere entrambi i qubit nello stato eccitato,  $|11\rangle$  del 99.3%, in ottimo accordo con i risultati attesi.

In base alle simulazioni mostrate in figura 3.3, si è valutato come ottimale per l'efficienza di lettura il valore di  $\frac{\kappa}{2\chi} = 0.09$ . Considerando valori ragionevoli della larghezza di banda della cavità e della larghezza in frequenza del fotone, dovendo valere l'approssimazione 3.1, si è stimato un valore ottimale dello shift dispersivo pari a 1.5 MHz.

### c) Simulazioni

Di seguito si riportano i risultati ottenuti, del design finale ottimizzato. In figura 3.4 è rappresentato il design finale del photon counter. Come

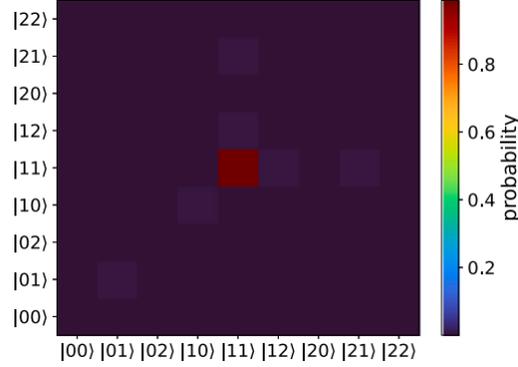


Figura 3.2: Readout fidelity. Mostra l'accuratezza delle letture del sistema a due qubit accoppiati dispersivamente alla stessa cavità di Storage e letti con due cavità di readout distinte. La probabilità di lettura dello stato d'interesse,  $|11\rangle$  è del 99%, indicando ottima affidabilità della lettura e bassa probabilità di errore. Immagine presa dall'articolo[1].

accennato nelle precedenti sezioni è composto di tre cavità, le due laterali sono le cavità di Readout1 e di Readout2, e servono per leggere lo stato del Qubit1 e Qubit2, rispettivamente, avendo due letture indipendenti. La cavità centrale, di Storage, si accoppia ad entrambi i qubit, così che un fotone alle microonde presente in questa cavità si accoppi ad entrambi i qubit. Nella seguente tabella 3.1 vengono riportate le misure delle cavità con le rispettive frequenze di risonanza.

Dimensioni cavità				
cavità	x [mm]	y [mm]	z [mm]	$f_r$ [GHz]
Readout1	21.7	8	27	7.67
Storage	11.5	8	51	8.86
Readout2	20.9	8	27	7.77

Tabella 3.1: Design delle cavità di Readout, 1 e 2, e di Storage, con le rispettive dimensioni, riportate anche orientate nel piano cartesiano come nella figura 3.1. Le dimensioni sono relative al rettangolo di base di ciascuna cavità, unito a una semicirconferenza di diametro di 4 mm sul piano xy. Si riporta anche al frequenza di risonanza delle cavità, con questa intendendo la frequenza del primo modo di risonanza, successivamente utilizzato per controllare il qubit. I modi di ordine superiore sono sopra i 10 GHz e si possono trascurare.

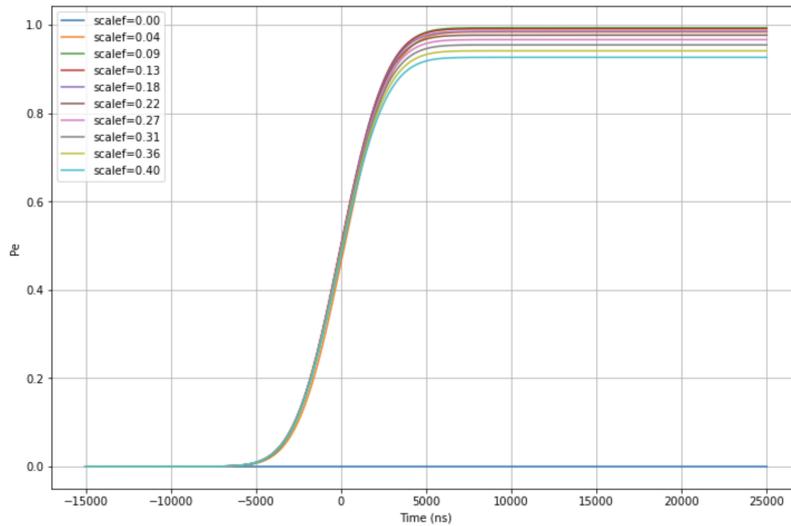


Figura 3.3: Simulazioni dell'efficienza di lettura di due qubit. In particolare si è simulata una misura Ramsey valutando la probabilità di leggere entrambi i qubit nello stato eccitato, ovvero lo stato  $|11\rangle$ , al variare del tempo  $t$ . L'istante  $t=0$  s corrisponde a metà della misura Ramsey, ovvero dopo aver applicato solo il primo impulso  $\pi/2$ , avendo portato i qubit in uno stato misto, sull'equatore della sfera di Bloch, con uguale probabilità di trovarsi nello stato  $|0\rangle$  o  $|1\rangle$ . Finito il ciclo Ramsey, idealmente entrambi i qubit dovrebbero essere nello stato  $|1\rangle$ , in figura vengono riportate le simulazioni al variare del parametro denominato  $\text{scalef} = \frac{\kappa}{2\chi}$ . Per l'approssimazione 3.1 deve risultare che il  $\frac{\kappa}{2\chi} \gg 1$ , in particolare si è osservato il massimo dell'efficienza, 99.3%, per un fattore di  $\frac{\kappa}{2\chi} = 0.09$ .

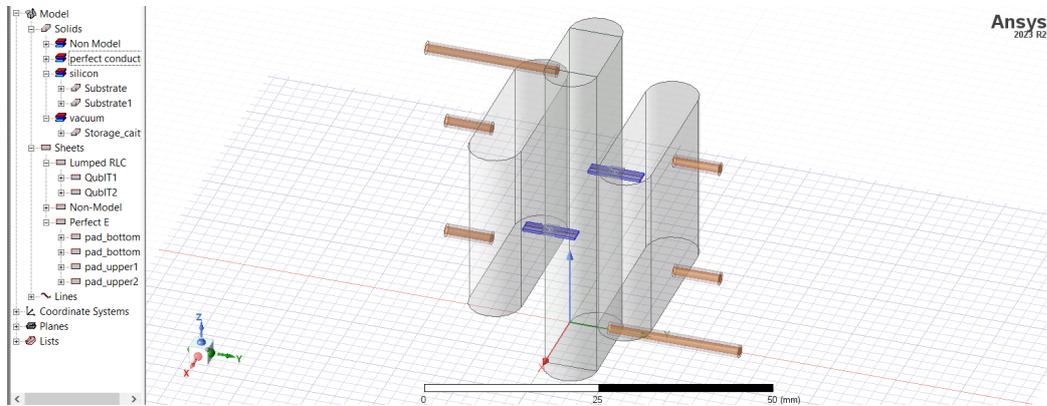


Figura 3.4: Design del sistema qubit e cavità, photon counter. Si noti la cavità centrale di Storage, accoppiata ad entrambi i qubit, le due cavità laterali di Readout, ciascuna accoppiata ad un solo qubit, in questo modo è possibile leggere lo stato dei qubit singolarmente. Tra le cavità si vede il substrato in silicio, sul blu, sul quale sono depositati i pad PerfectE e il qubit modellato come elemento LC con induttanza di 10 nH. A sinistra è presenta la colonna con le caratteristiche tecniche del modello in ANSYS, modeler. Come perfect conductor sono realizzate le antenne, come silicon (o sapphire) i substrati dielettrici, le cavità sono realizzate come vacuum, ovvero vuoti, essendo poi definite le boundary condition intorno alle cavità come conduttore perfetto. Tra gli elementi bidimensionali sono realizzati i due qubit come elementi LumpedRLC e i pad come Perfect E, ovvero superconduttori. Immagine autoprodotta dal design effettuato su ANSYS.

Le cavità sono controllate tramite le antenne, analizzando i parametri di scattering attraverso le varie porte, come si vede nelle simulazioni riportate nelle figure dalla 3.9 alla 3.15.

Il qubit è realizzato con la giunzione Josephson come spiegato per un transmon qubit, dal punto di vista elettromagnetico tuttavia esso è semplicemente un'induttanza non lineare, per cui si schematizza come un elemento circuitale RLC (LumpedRLC), dove i parametri parassiti R e C della giunzione sono trascurabili (come già spiegato per il transmon qubit, le capacità del resto del sistema sono solitamente molto maggiori). Per questo, è realizzato su ANSYS solo come un oggetto 2D, detto sheet in ANSYS, quadrato di dimensioni  $2 \times 2 \mu\text{m}$ , caratterizzato come elemento LumpedRLC solamente induttivo, come si vede dalla figura 3.4. Il resto del qubit è rappresentato dai suoi pad supercondut-

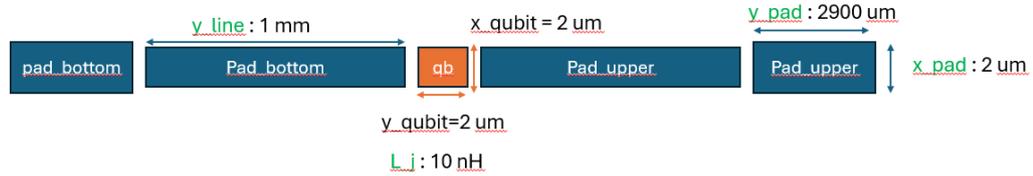


Figura 3.5: Schema del qubit. Sono riportate tutte le grandezze caratteristiche, denominate come in ANSYS anche per aiutare a seguire la trattazione delle simulazioni eseguite su questi parametri. I valori riportati dei vari parametri sono i valori del design finale ottimizzato. Al centro, in arancione è raffigurato il qubit, quadrato di lato  $2 \mu m$ . Da questo partono, in contatto elettrico (in figura è lasciato dello spazio solo per facilità di lettura) i pad superconduttivi, `pad_bottom` e `pad_upper`, uguali e simmetrici rispetto al qubit. Essi presentano stesso spessore del qubit,  $2 \mu m$  e lunghezza denominata  $y_{line}=1$  mm. Questa è la parte di pad che si trova a metà tra due cavità. Quindi vuol dire che le due cavità sono separate da  $2y_{line}=2$  mm. Dopodiché segue, sempre in contatto elettrico, un'altra parte del pad superconduttivo, che è la parte che entra dentro la cavità, determinando l'effettivo accoppiamento, che penetra per una lunghezza di  $y_{pad} = 2.9$  mm. La larghezza di questa seconda parte del pad è denominata  $x_{pad} = 2 \mu m$ . Essendo un sistema con dettagli dell'ordine dei  $\mu m$  e lunghezza totale di qualche mm non si riesce a rappresentarlo in scala, e dalle immagini prese da ANSYS è difficile visualizzare la geometria di base. Per questo è stato realizzato questo semplice schema ma intuitivo.

tivi, PerfectE, di lunghezza da determinare in base alle simulazioni. In figura 3.5 si rappresenta lo schema del qubit e dei suoi pad superconduttivi, particolare enfasi è posta nelle distanze caratteristiche, sulle quali sono state effettuate le simulazioni spiegate a breve.

Come già spiegato, l'hamiltoniana del sistema si può pensare come due hamiltoniane del tipo riportato in equazione 1.82, tenendo conto solo dell'accoppiamento tra un qubit e due cavità alla volta.

Anche nelle simulazioni successive, quando si andranno ad estrarre i parametri dell'hamiltoniana si considereranno solo i parametri dell'hamiltoniana di un qubit accoppiato a due cavità, trascurando gli altri termini.

Per eseguire uno studio più dettagliato si è studiata anche l'interazione tra qubit e cavità di Readout non accoppiata, ottenendo valori di accoppiamento diversi ordini di grandezza più bassi, come atteso. Si è tenuta in conto anche l'interazione tra i due qubit stessi, in prima

analisi tramite il profilo del campo elettrico di ciascun qubit, prestando attenzione che quando un qubit è eccitato non vada ad influenzare l'altro. Per questo si sono disaccoppiati con lo shift lungo l'asse  $z$ , quantificato dal parametro  $d_z$ .

Nell'analisi dei design appena proposti si sono considerati i seguenti vincoli progettuali, definiti in base alle limitazioni progettuali.

- Frequenza di risonanza del qubit:  $f_q = [4 - 6] GHz$ . Queste sono scelte in base sia alla fase di fabbricazione della giunzione sia per il setup tipico utilizzato e i filtri a disposizione.
- Energy participation ratio  $50 \ll \frac{E_J}{E_C} < 150$ , con valore ottimale intorno ai 100. Questo vincolo è dato da approssimazioni sull'hamiltoniana fatte per rientrare nel regime transmon. Aumentare il rapporto di partecipazione oltre i 100 implica avere un  $E_C$  piccolo e di conseguenza poca anarmonicità nel transmon.
- Accoppiamento con entrambe le cavità d'interesse  $g > 30$  MHz. Con valore ottimale intorno ai 50 MHz. Mentre il valore di accoppiamento con le altre cavità (Qubit1 e cavità readout2) deve essere minore di 10 MHz.
- L'anarmonicità maggiore di 100 MHz, per avere una buona separazione tra i livelli  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$  e i livelli energetici superiori del qubit.
- Lo shift dispersivo  $\chi > 0.5$  MHz, idealmente maggiore di 1.5 MHz per quanto ottenuto con le simulazioni in figura 3.3 e dall'approssimazione 3.1. Mentre lo shift rispetto alla cavità non di interesse deve essere minore di 0.1 MHz. Questo permette di ottenere buone letture degli stati bare e dressed.

Nel seguito vengono presentate le principali simulazioni eseguite dei diversi design:

1. Qubit in una cavità, simile all'articolo[2]. Si sono confrontati i risultati ottenuti con quelli riportati nell'articolo per verificare la validità degli strumenti utilizzati.
2. Studio della capacità estratta con Q3D Extractor, di un JPA, realizzato in una configurazione a capacità interdigitate. Sono stati eseguiti sweep con la funzione Optimetrics su i parametri caratteristici della configurazione in questione.
3. Analisi di un qubit accoppiato a due cavità, una di Storage e una di Readout. Qui si sono osservati valori di accoppiamento leggermente minori rispetto a un qubit posto all'interno della cavità, perché

essendo posizionato più lateralmente non è in corrispondenza del campo massimo, anche se ancora molto elevato.

4. Calcolo della capacità equivalente nella geometria suddetta estratta tramite Q3D Extractor-ANSYS. Dal software si ottiene una matrice di capacità, Maxwell Capacitance Matrix[51], che indica la capacità relativa tra due conduttori alla volta. In particolare, come spiegato in [51] il software Q3D fornisce due matrici, la prima è la matrice delle capacità tra i conduttori, termini non diagonali, e tra ciascun conduttore e ground, termini diagonali, detta Spice Matrix. Dalla Spice Matrix si può facilmente ricavare la matrice di Maxwell, definita come  $\mathbf{Q} = \mathbf{C}^M \mathbf{V}$ , dove  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{V}$  sono rispettivamente i vettori della carica e delle tensioni di ciascun conduttore, e  $\mathbf{C}^M$  è la matrice di Maxwell. Si dimostra che i termini non diagonali della matrice di Maxwell sono gli stessi della matrice Spice cambiati di segno  $C_{ij}^M = -C_{ij}$ , con  $C_{ij}$  elemento della matrice Spice con  $i \neq j$ , mentre i termini diagonali,  $i = j$ , si ricavano  $C_{ii}^M = C_{ii} + C_{ij} + C_{ik} + \dots + C_{in}$ , avendo  $n$  conduttori. Nel caso in questione si può determinare la capacità equivalente del transmon dalla formula[2]

$$C_{eq} = \frac{C_{11}^M C_{22}^M - C_{12}^M C_{21}^M}{C_{11}^M + C_{12}^M + C_{21}^M + C_{22}^M} \quad (3.3)$$

Dove  $C_{eq}$  è il valore di capacità equivalente estratto dalla matrice di Maxwell.

5. Sweep dei parametri principali del qubit accoppiato a due cavità, per ottimizzare il design. In particolare sono stati effettuati i seguenti sweep:
  - 5.1 Sweep del parametro  $L_J$ , parametro principale del qubit, modellato come elemento circuitale induttivo, con induttanza  $L_J$ . L'induttanza del qubit ne determina la frequenza di risonanza fissata la geometria, ovvero fissata la capacità equivalente del transmon. In base alle specifiche di frequenza, si è scelto un valore ragionevole di induttanza, anche per quanto riguarda la fase di produzione delle giunzioni Josephson, di 10 nH, con un intervallo di valori accettabili da 9 ai 12 nH.
  - 5.2 Sweep del parametro  $x_{pad}$ . Questo parametro rappresenta lo spessore dei pad superconduttivi all'interno della cavità, come si vede dallo schema dei qubit 3.5; si è visto come aumentando  $x_{pad}$  aumenta l'accoppiamento tra qubit e cavità, visto che

aumenta la quantità di carica distribuita nella parte di pad all'interno della cavità. Avendo molti altri gradi di libertà si è preferito lasciare questo parametro alla lunghezza del pad esterno alla cavità, che è lo stesso dello spessore del qubit dovendosi congiungere con esso, con uno spessore di  $2 \mu\text{m}$ . Infatti, aumentare lo spessore dei pad, implica creare una discontinuità che porta a effetti indesiderati come l'effetto punta ai bordi del pad e difficoltà di fabbricazione.

- 5.3 Sweep del parametro  $y_{pad}$ . Rappresenta la profondità di penetrazione dei pad superconduttivi all'interno della cavità, si veda lo schema 3.5. Ovviamente, maggiore è la profondità di penetrazione migliore è l'accoppiamento e lo shift dispersivo tra qubit e le cavità. Bisogna considerare la limitazione spaziale data dal bordo del substrato, in quanto il qubit deve essere costruito sopra esso, di lunghezza lungo l'asse  $y$  di  $8 \text{ mm}$ . Per questo si è scelto un valore ottimale di  $y_{pad} = 2900 \mu\text{m}$ , per massimizzare l'accoppiamento senza arrivare ai bordi del substrato.
- 5.4 Sweep del parametro  $y_{line}$ . Parametro che tiene conto della distanza tra le due cavità, come spiegato nello schema 3.5. In particolare, rappresenta la lunghezza esterna alla cavità di un pad superconduttivo, quindi la distanza tra due cavità, essendoci due pad esterni interposti, è di  $2y_{line}$ . Questo parametro è risultato il parametro più sensibile per i vari parametri dell'hamiltoniana del qubit. Infatti, diminuendo  $y_{line}$  si aumenta significativamente l'accoppiamento e lo shift dispersivo tra qubit e cavità, essendo fisicamente più vicini, aumenta l'anarmonicità del qubit essendo maggiormente accoppiato e aumenta l'energia immagazzinata nella JJ visto che il qubit riesce a prendere più energia dai modi elettromagnetici delle cavità essendoci più vicino. Per questo, si è scelto il valore minore possibile di  $y_{line}$ , che da un confronto con la produzione meccanica delle cavità si è stimato essere di  $1 \text{ mm}$ , in quanto valori minori risulterebbero di difficile produzione e scarsa resistenza meccanica.
- 5.5 Materiali diversi per il substrato. In questa fase sono stati analizzati molti materiali diversi per vedere le proprietà che maggiormente influenzavano la simulazione e in che modo. Si è visto che, in prima approssimazione, conta solamente la costante dielettrica del substrato, in quanto modifica il valore

della capacità. Diminuendo la costante dielettrica, diminuisce la capacità, e quindi si aumenta la frequenza di risonanza,  $f_q = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ , e si aumenta l'energia  $E_C = \frac{e^2}{2C}$ , ovvero si diminuisce il rapporto di partecipazione di energia  $\frac{E_J}{E_C}$ . Questo porta di conseguenza anche un aumento dell'accoppiamento  $g$ , dello shift dispersivo  $\chi$  e dell'anarmonicità  $\alpha$ .

6. Analisi qubit e cavità di Readout 2. Sono stati eseguiti studi analoghi ai precedenti sul Qubit2 e la cavità di Readout2, mentre la cavità di Storage è rimasta la stessa. I risultati, come atteso, sono simili ai precedenti con solamente uno spostamento della frequenza di risonanza della cavità di Readout2 di 100 MHz rispetto alla cavità di Readout1.
7. Single Photon Counter a tre cavità e due qubit. A partire dagli studi eseguiti dalle due cavità si è riprodotta la geometria usando quei parametri caratteristici ottimizzati. I risultati con il sistema a due qubit sono risultati simili al caso dei due qubit studiati indipendentemente, con una leggera diminuzione dell'accoppiamento per via del cross talk tra i due qubit e tra i substrati dielettrici. A questo punto, allora, si è cercato di minimizzare l'accoppiamento tra i qubit, e in quest'ottica sono stati eseguiti i seguenti sweep:
  - 7.1 Sweep del parametro  $d_z$ . Il primo disaccoppiamento eseguito è spaziale. Disallineando i qubit lungo l'asse  $z$ , come si vede in figura 3.16, si allontanano tra loro riducendo in questo modo l'interazione reciproca. Si è notato che per avere un disaccoppiamento sufficiente, valutato analizzando dettagliatamente le linee del campo elettrico, bisogna avere uno shift lungo l'asse  $z$  di  $d_z > 10 \text{ mm}$ . Con questo valore il campo elettrico in prossimità del qubit non eccitato è di un'ordine di grandezza inferiore al campo in prossimità del qubit eccitato. D'altra parte ci sono tre fattori che limitano l'estensione eccessiva lungo l'asse  $z$ . Per prima cosa bisogna ricordarsi che l'accoppiamento tra qubit e cavità lo si ha massimo ponendo il qubit in corrispondenza del massimo valore di campo elettrico. Uscendo da tale regione il fattore di accoppiamento,  $g$ , inizia a diminuire portando a un risultato controproducente, come si vede dai risultati in tabella 3.2. Considerando il profilo del campo elettrico questo ha una regione di campo massimo abbastanza estesa lungo l'asse  $z$  per come sono realizzate le geometrie delle cavità. Per esempio, nella cavità di Storage, il lobo principale del campo elettrico

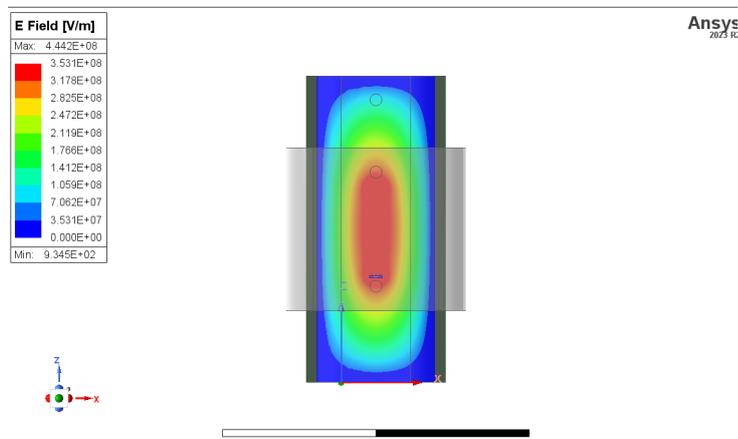


Figura 3.6: Profilo del campo elettrico del modo fondamentale della cavità di Storage. La regione di campo massimo è rappresentata dal lobo rosso principale, e si estende per circa 20 mm. Il qubit è posto sopra il substrato dielettrico rappresentato in figura come un rettangolo blu. In questa figura il parametro  $d_z=15$  mm. Le antenne sono raffigurate come delle circonferenze.

si estende per circa 20 mm (in questa regione il campo elettrico varia meno del 10% rispetto al campo massimo), come si vede in figura 3.6.

Le cavità di Readout, invece, hanno un'estensione lungo l'asse  $z$  ridotta, e già con uno spostamento di 15 mm si è appena fuori dalla regione di campo massimo, con una diminuzione rispetto al campo massimo del 30%. Mentre già con un  $d_z = 13$  mm si ha una diminuzione rispetto al campo massimo circa del 20%, come si vede in figura 3.7.

Altri fattori limitanti da considerare sono la presenza delle antenne, che in fase di analisi potrebbero non dare problemi ma in un contesto più realistico se eccessivamente vicine al qubit potrebbero portare a effetti parassiti. Anche qui un  $d_z = 15$  mm risulta al limite, avvicinandosi molto alle antenne, in figura 3.6, si vede come il substrato, rettangolo blu in figura, sia vicino all'antenna in basso, la circonferenza in basso in figura. Come ultimo fattore da considerare si sono analizzati i modi superiori, specialmente i modi con due nodi lungo l'asse  $z$ . Infatti è risultato critico anche l'accoppiamento con essi che può portare non idealità. In particolare il modo a 10.16 GHz, della cavità di Storage presenta due lobi lungo  $z$  (modo  $TE_{102}$ ), da cui si stima una distanza di  $d_z < 13$  mm

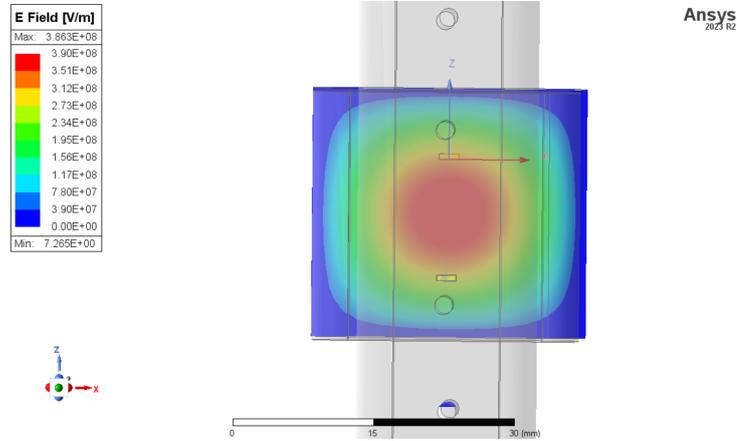


Figura 3.7: Profilo del campo elettrico del modo fondamentale della cavità di Readout. La regione di campo massimo è rappresentata dal lobo rosso principale, e si estende per circa 13 mm. Il qubit è posto sopra il substrato dielettrico rappresentato in figura come un rettangolo blu. In questa figura il parametro  $d_z=13$  mm. Le antenne sono raffigurate come delle circonferenze.

come valore ottimale per essere ragionevolmente sicuri di non accoppiarsi con il suddetto modo. Anche il modo  $TE_{103}$  è risultato un modo critico, con frequenza a 12.15 GHz, e un lobo centrale che si estende fino a 11 mm, in figura 3.8. Infine, mettendo insieme tutte queste considerazioni si è valutato come ottimale il valore del parametro  $d_z = 12$  mm.

7.2 Sweep del parametro  $L_{J1}$  e  $L_{J2}$ . Come visto per un singolo qubit l'intervallo ottimale di induttanza delle giunzioni era di 9-12 nH. Per semplicità, inizialmente, si sono scelti i due qubit di uguale valore di induttanza,  $L_{J1} = L_{J2} = 10$  nH. Questo rappresenta anche il caso peggiore in quanto i qubit risultano quasi alla stessa frequenza, con un disaccoppiamento dell'ordine della decina di MHz dovuto soltanto dalla diversa frequenza di risonanza delle cavità di Readout. Avere la frequenza di risonanza quasi uguale implica un forte accoppiamento tra i qubit, come spiegato nella sezione qubit 3D, espresso dalla formula 1.84. Le analisi precedenti sul parametro  $d_z$  sono state condotte in questo caso peggiore, per avere più sicurezza nel disaccoppiamento dei qubit separandoli spazialmente e in frequenza, in modo indipendente. A questo punto, il disaccoppiamento in frequenza è stato analizzato variando  $L_{J1}$  e  $L_{J2}$  entro l'intervallo prefissato, ottenendo che i

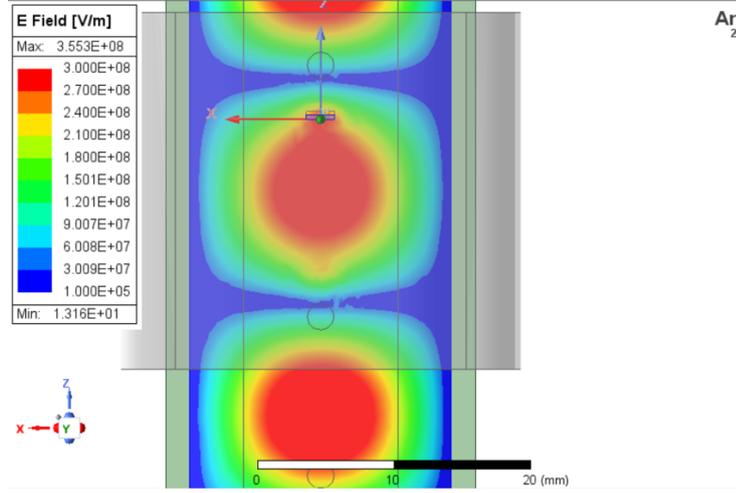


Figura 3.8: Profilo del campo elettrico del modo della cavità di Storage a 12.15 GHz. Presenta tre lobi principali, in quanto è il terzo modo  $TE_{103}$ . Si vede che con uno spostamento dei qubit di  $d_z = 12$  mm si è appena fuori dalla regione di campo massimo. Lo stesso vale anche nel caso del modo  $TE_{102}$ .

valori migliori si hanno con  $L_{J1} = 11$  nH ed  $L_{J2} = 9$  nH. In questa configurazione si osservano solo modesti miglioramenti nei parametri dell'hamiltoniana (anche perché si sono già disaccoppiati i qubit con  $d_z$ ), ottenendo però, come detto, un più sicuro disaccoppiamento tra i qubit.

7.3 Materiali. In base agli studi effettuati precedentemente, si è cercato il materiale migliore per la realizzazione del substrato del qubit. Il substrato di base per tutte le simulazioni è il silicio, Si, con costante dielettrica relativa di 11.9. In base ai parametri ottenuti, tutti rientrano nelle specifiche minime richieste, tuttavia possono essere ancora migliorati aumentando l'accoppiamento,  $g$ , l'anarmonicità  $\alpha$  e lo shift dispersivo  $\chi$ , e diminuendo il rapporto di partecipazione delle energie  $\frac{E_J}{E_C}$ , in quanto nelle simulazioni con il silicio si arriva a valori di 144, mentre un valore ottimale è più prossimo ai 100. Per questo, risulta vantaggioso adoperare dielettrici con costante dielettrica minore, riducendo così la capacità e quindi avere  $E_C$  maggiore. Tuttavia bisogna tenere in conto molte limitazioni dovute al setup sperimentale molto impegnativo: serve un materiale che possa lavorare in criogenia con temperature fino a 10 mK, con ottime proprietà di conducibilità termica, per

permettere al qubit di raffreddarsi propriamente, che presenti buona stabilità fisica e che abbia una buona compatibilità chimico-realizzativa con il qubit fabbricato in alluminio. Dopo tutte queste considerazioni il materiale più promettente, oltre al silicio stesso che infatti è il più comunemente utilizzato, è lo zaffiro, Sapphire in ANSYS, con costante dielettrica relativa<sup>3</sup> di 10. Lo zaffiro è molto promettente in criogenia perché presenta anche una "tangent loss", variabile che tiene conto delle perdite nel dielettrico, molto piccola, come si vede dagli studi eseguiti per lo zaffiro a 4 K[52].

8. Simulazioni di trasmissione del design finale ottimizzato, in modalità ModalNetwork Drive, con inserimento delle antenne. Inserendo le antenne si sono eseguite di nuovo le simulazioni per controllare che non avessero alterato il sistema. Sono comparsi dei modi parassiti che si possono tranquillamente trascurare in quanto con valori di campo molto bassi e con una frequenza intorno a 3 GHz. A questo punto si procede con l'analisi dei parametri di scattering per caratterizzare la trasmissione e la riflessione tra le varie porte. Come si vede dal grafico 3.12 la riflessione ha moduli poco significativi, perciò si lavora principalmente in trasmissione, come anche in fase sperimentale. Le trasmissioni sono tra tutte le coppie di porte, due per ogni cavità. Per caratterizzare i parametri di scattering sono sufficienti sei grafici di trasmissione, tre per le singole cavità, rappresentate nei grafici 3.9, 3.11 e 3.10, per le cavità di Readout1, di Storage e di Readout2 rispettivamente. Si nota bene il tipico andamento dei parametri di scattering delle singole cavità indipendenti, dove si intravedono leggermente le altre cavità e la presenza dei qubit. Dopodiché servono anche le trasmissioni tra le varie cavità, in particolare tra cavità di Readout1 e di Readout2, passando attraverso la cavità di Storage, chiaramente visibile nel grafico 3.13. La trasmissione tra cavità di Readout1 e cavità di Storage è riportata nel grafico 3.14, molto simile al grafico 3.15 per cavità di Readout2 e cavità di Storage. In queste caratteristiche si vedono chiaramente i picchi di risonanza delle due cavità in questione, e si vede anche la presenza del qubit in quanto si passa attraverso esso per comunicare tra le due cavità. Si noti come

---

<sup>3</sup>In realtà lo zaffiro è più complesso come materiale presentando una costante dielettrica anisotropa. Inoltre presenta anche una dipendenza dalla temperatura, nell'articolo[52] sono presentati i dati sperimentali per lo zaffiro fino a 4 K, confrontando costante dielettrica, tangent loss che indicano le perdite nel dielettrico e i rispettivi fattori di qualità. Tuttavia, fissato l'orientamento cristallografico omogeneo si è fissato a 10 il valore nominale di  $\epsilon_r$ .

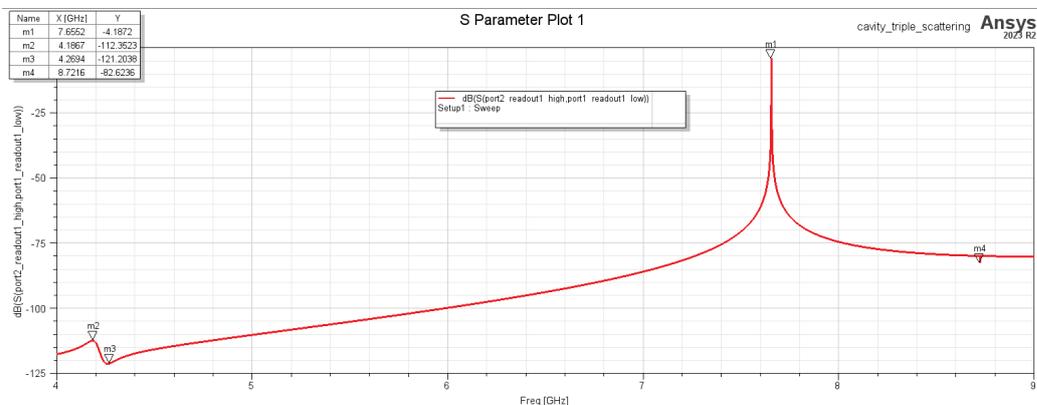


Figura 3.9: Parametri di scattering  $S_{12}$  della cavità di Readout1. Sono presenti i seguenti marker: m1(7.66 GHz, -4.19 dB) relativo al modo di risonanza della cavità di Readout1. I marker relativi ai qubit, m2(4.19 GHz, -112.35 dB) e m3 (4.27 GHz, -121.20 dB). Il marker m4(8.72 GHz, -82.62 dB), dove si intravede l'influenza della cavità di Storage. Immagine autoprodotta dal design effettuato su ANSYS.

nel grafico di trasmissione tra le due cavità di Readout 3.13, non sono presenti le risonanze dei qubit anche se si passa attraverso entrambi. Questo, probabilmente, è dovuto al fatto che ciascun qubit è accoppiato solamente a una cavità di Readout, e quindi eccitandosi non riesce comunque a influenzare significativamente la cavità di Readout opposta.

#### d) Risultati design

Nel seguito vengono riportati solo i risultati del design finale, già ottimizzato.

In figura 3.16 si possono osservare le cavità progettate e notare il disallineamento tra i qubit e la separazione tra le cavità adiacenti. Le cavità, già descritte all'inizio, sono separate da 2 mm ciascuna, e con i qubit disallineati rispetto all'asse z di 12 mm, ovvero traslati simmetricamente rispetto all'origine di 6 mm ciascuno, in direzioni opposte.

I qubit sono elementi LumpedRLC uniti a due pad PerfectE che si estendono lungo y in direzioni opposte coprendo quasi interamente il substrato, come si vede in figura 3.17: due qubit  $2 \times 2 \mu m$ , con pad superconduttivi spessi  $2 \mu m$  e lunghi  $y_{line} + y_{pad} = 3.9 mm$ , come si vede

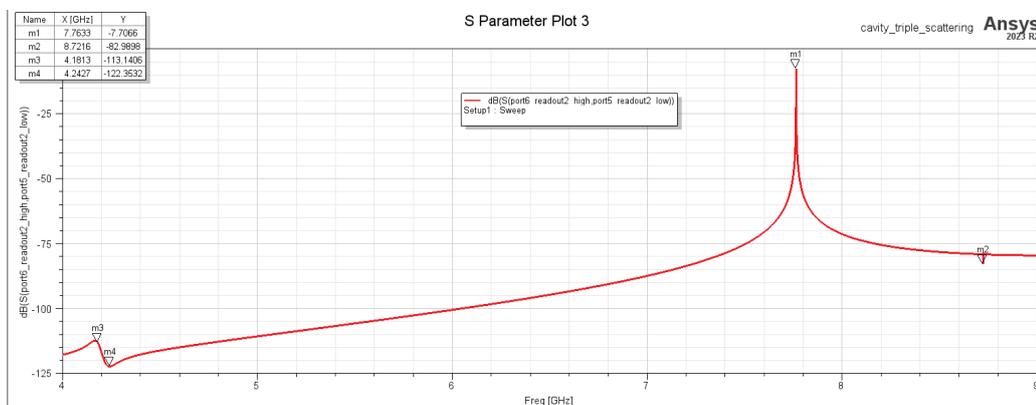


Figura 3.10: Parametri di scattering S12 della cavità di Readout2. Sono presenti i seguenti marker: m1(7.76 GHz, -7.71 dB) relativo al modo di risonanza della cavità di Readout2. I marker relativi ai qubit, m3(4.18 GHz, -113.14 dB) e m4 (4.24 GHz, -122.35 dB). Il marker m4(8.72 GHz, -82.99 dB), dove si intravede l'influenza della cavità di Storage. Immagine autoprodotta dal design effettuato su ANSYS.

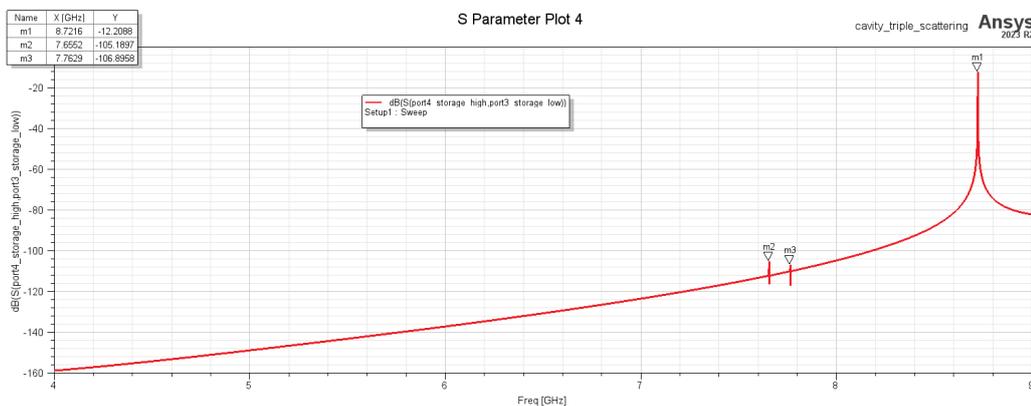


Figura 3.11: Parametri di scattering S12 della cavità di Storage. Sono presenti i seguenti marker: m1(8.72 GHz, -12.21 dB) relativo al modo di risonanza della cavità di Storage. Il marker m2(7.66 GHz, -105.19 dB) e il marker m3(7.76 GHz, -106.90 dB) sono dati dalla leggera interazione della cavità di Storage con le cavità di Readout1 e Readout2, rispettivamente. Immagine autoprodotta dal design effettuato su ANSYS.

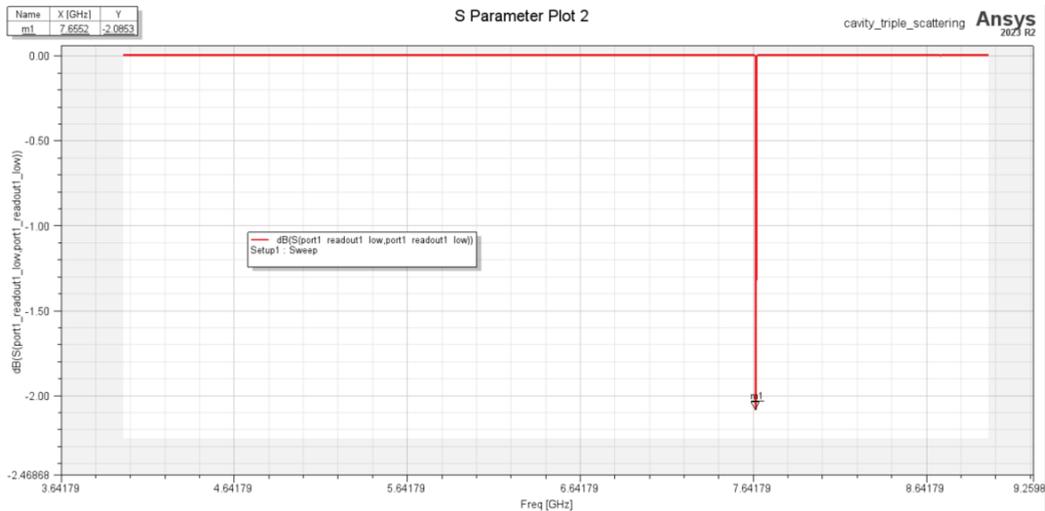


Figura 3.12: Parametri di scattering  $S_{11}$  della cavità di Readout1. Il marker m1(7.66 GHz, -2.09 dB) rappresenta il picco di riflessione della cavità di Readout1. Come si vede il modulo dei parametri di riflessione non è molto indicativo in questo contesto, quindi si è preferito analizzare solo i parametri di trasmissione. Immagine autoprodotta dal design effettuato su ANSYS.

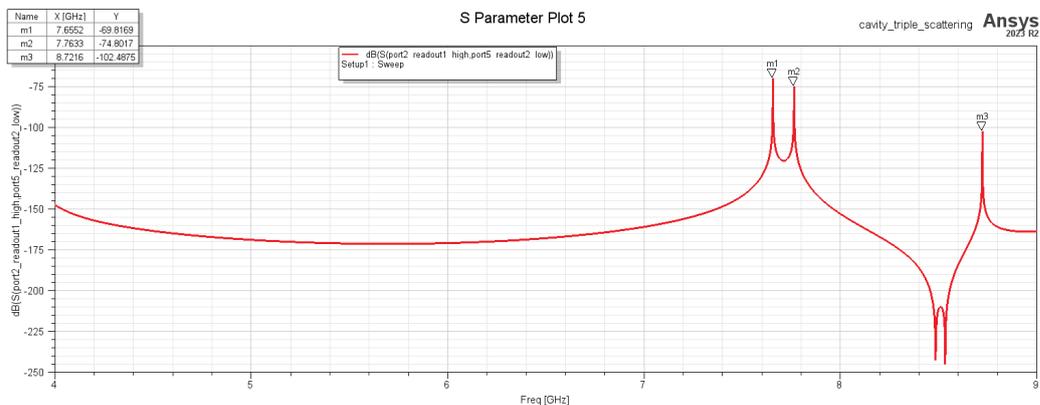


Figura 3.13: Parametri di scattering di trasmissione dalla cavità di Readout1 alla cavità di Readout2. Si vedono i picchi di entrambe le cavità di Readout, contrassegnati dai marker m1(7.66 GHz, -66.82 dB) e m2(7.76 GHz, -74.80 dB) e il picco della cavità di Storage, m3(8.72 GHz, -102.49 dB), che compare dato che il segnale deve oltrepassare la cavità centrale per passare da una cavità di Readout all'altra. Immagine autoprodotta dal design effettuato su ANSYS.

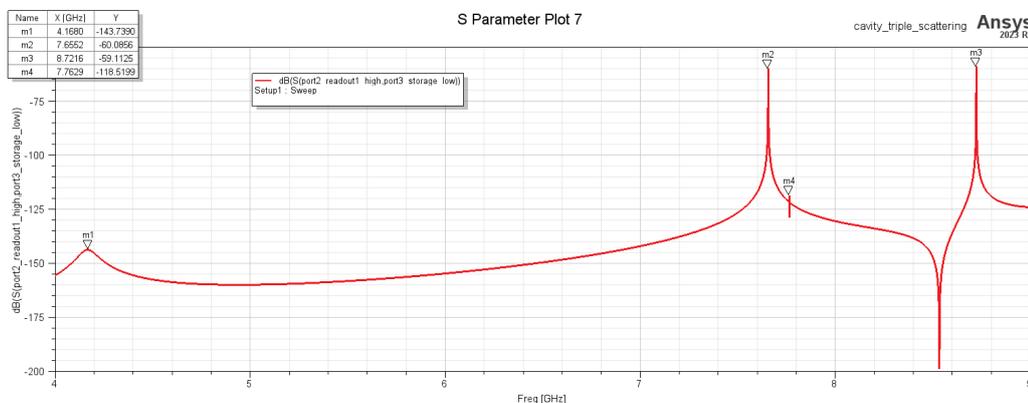


Figura 3.14: Parametri di scattering di trasmissione dalla cavità di Readout1 alla cavità di Storage. Si vedono i picchi di trasmissione delle due cavità in questione, in particolare la cavità di Readout1 contrassegnata dal marker m2(7.66 GHz, -60.10 dB) e di Storage, m3(8.72 GHz, -59.11 dB). Si vede la presenza del Qubit1 segnato dal marker m1(4.17 GHz, -143.74 dB) e si vede una leggera influenza della cavità di Readout2, m4(7.76 GHz, -118.52 dB). Immagine autoprodotta dal design effettuato su ANSYS.

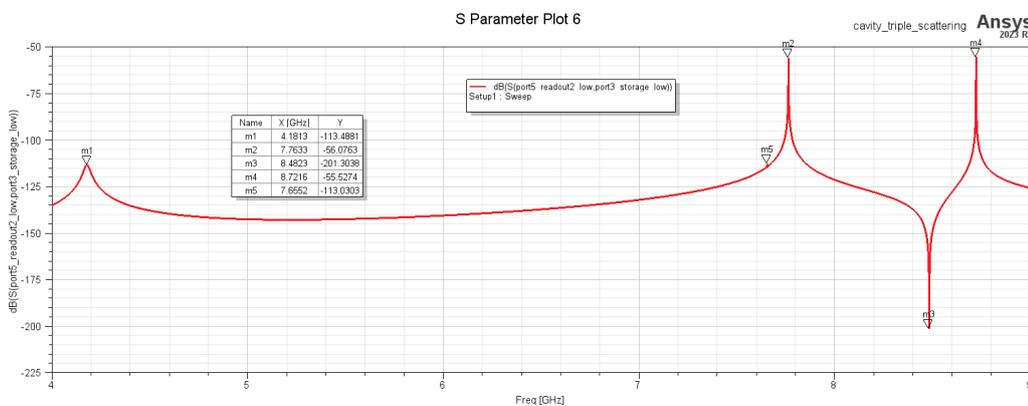


Figura 3.15: Parametri di scattering di trasmissione dalla cavità di Readout2 alla cavità di Storage. Si vedono i picchi di trasmissione delle due cavità in questione, in particolare la cavità di Readout2 contrassegnata dal marker m2(7.76 GHz, -56.08 dB) e di Storage, m4(8.72 GHz, -55.53 dB). Si vede la presenza del Qubit2, m1(4.18 GHz, -113.49 dB) e si vede una leggera influenza della cavità di Readout1, m5(7.66 GHz, -113.03 dB). Per dare una stima della caduta di trasmissione tra i due picchi m2 e m4 si è usato il marker m3(8.48 GHz, -201.30 dB), ovvero la trasmissione aumenta di circa 150 dB. Immagine autoprodotta dal design effettuato su ANSYS.

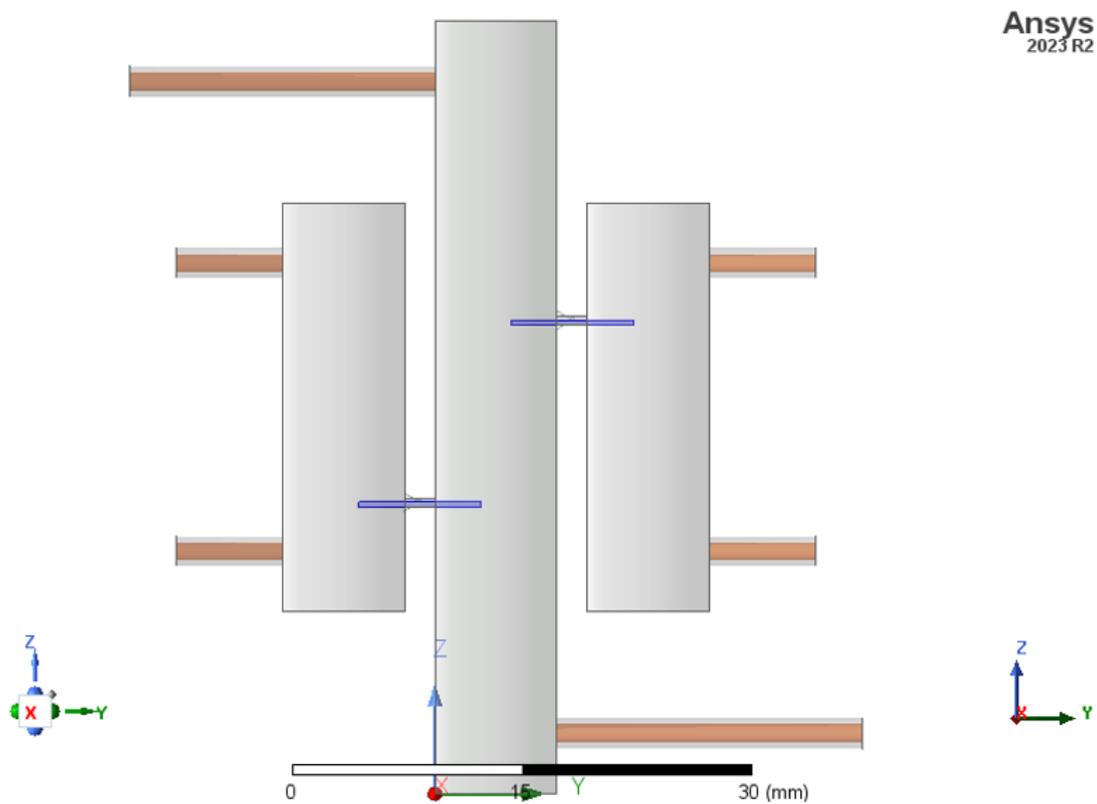


Figura 3.16: Vista lungo z del photon counter. La separazione tra entrambe le cavità di Readout e di Storage è di 2 mm. I qubit sono posti sopra il substrato dielettrico raffigurato in blu in figura. I qubit sono separati da una distanza di 12 mm lungo l'asse z per il disaccoppiamento elettromagnetico.

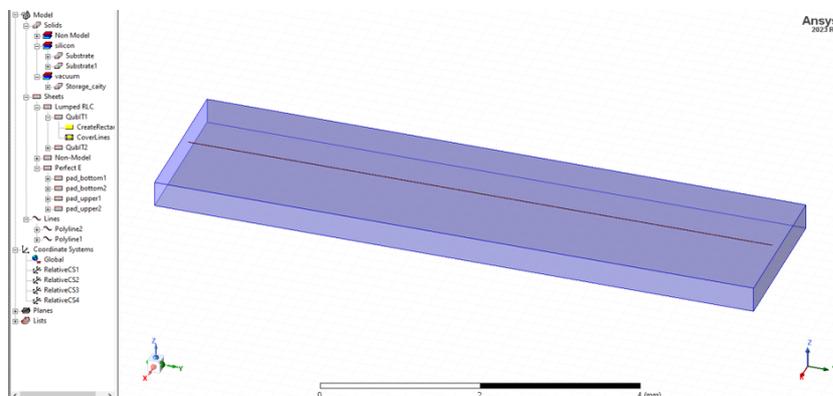


Figura 3.17: Qubit con pad PerfectE, posti sopra al substrato di silicio, blu in figura. Dalla figura non si riesce ad apprezzare il qubit in quanto è di dimensioni di  $2 \mu m$ , mentre il substrato ha dimensioni di pochi mm. Comunque il qubit è posto esattamente in mezzo, a metà tra i pad superconduttivi, denominati pad\_bottom e pad\_upper

bene nello schema 3.5. Sono accettabili valori di induttanza con  $10 \pm 1$  nH, il caso migliore sarebbe con induttanza pari a 11 e 9 nH.

Per quanto riguarda il substrato dielettrico si riportano i risultati sia con silicio che zaffiro perché la prima produzione verrà realizzata su silicio, in quanto tecnologia più nota, per vedere il corretto funzionamento del qubit; una volta verificato il corretto funzionamento del design si fabbricheranno i substrati in zaffiro e si procederà al loro utilizzo.

Nella tabella 3.2 sono riportate le simulazioni dello Sweep del parametro  $d_z$ , fatto variare tra 11 e 15 mm. Il valore ottimale è 12 mm, scelto tra l'altro anche per le altre non idealità sopra menzionate.

In tabella 3.3 sono riportati i risultati e i parametri delle simulazioni variando sia i materiali che le induttanze dei qubit. Si nota come variando l'induttanza non cambiano significativamente i risultati perché i qubit sono già stati disaccoppiati spazialmente. Mentre si osserva un buon miglioramento considerando l'utilizzo di zaffiro invece che silicio come materiale dielettrico per il substrato. Come già spiegato, questo è dovuto al fatto che diminuendo la costante dielettrica del substrato

risultati pyEPR sweep $d_z$							
$d_z$ [mm]	$f_{q1} - f_{q2}$ [GHz]	$E_j/E_C$	$g_{01}^r$ [MHz]	$g_{01}^s$ [MHz]	$\alpha$ [MHz]	$\chi^r$ [MHz]	$\chi^s$ [MHz]
11	4.93-4.94	150	42.54	48.66	110.30	0.61	0.60
12	4.80-4.84	144	41.12	48.50	114.83	0.57	0.58
13	4.75-4.78	145	38.47	47.15	114.59	0.47	0.54
15	4.65-4.67	145	34.04	45.91	114.47	0.37	0.51

Tabella 3.2: Tabella dei risultati delle analisi effettuate con pyEPR. Il parametro variabile è  $d_z$ , che indica la distanza tra i due qubit. Questo sweep ha permesso di valutare il valore ottimale di tale distanza. Gli altri parametri in tabella sono i parametri caratteristici del qubit, intesi tutti in frequenza ovvero già divisi per il fattore  $2\pi$ . L'apice r ed s indicano l'accoppiamento tra qubit e cavità, rispettivamente, di Readout e di Storage. Si noti come aumentando eccessivamente il parametro  $d_z$  si ottiene il risultato controproducente di diminuire l'accoppiamento tra qubit e risonatore come già spiegato durante l'analisi dello sweep di tale parametro. Questi risultati corrispondono a uno degli sweep eseguiti sul parametro  $d_z$ , con  $L_{J1} = L_{J2} = 10 nH$ , e con substrato in silicio.

diminuisce la capacità, aumenta  $E_C$  e di conseguenza aumenta anche l'anarmonicità,  $\alpha$ . Inoltre, diminuendo la capacità del sistema aumenta la frequenza di risonanza del qubit, e quindi aumenta anche lo shift dispersivo,  $\chi$  e l'accoppiamento  $g$ .

I risultati ottenuti mostrano buoni valori dei parametri caratteristici dell'hamiltoniana, molto promettenti per la realizzazione del single photon counter. Tuttavia, ricordando le simulazioni mostrate in figura 3.3, sarebbe vantaggioso avere uno shift dispersivo  $\chi > 1.5 MHz$ , mentre da questi risultati si è ottenuto di 0.6 MHz. Per aumentare questo parametro, qualora ulteriori simulazioni dovessero confermare questi vincoli, si può lavorare sul parametro  $x_{pad}$ , per esempio aumentandoli a  $50 \mu m$  o provare ad aumentare l'induttanza dei qubit, seguendo le

risultati pyEPR materiali e $L_J$								
Substrate material	$L_{J1} - L_{J2}$ [nH]	$f_{q1} - f_{q2}$ [GHz]	$E_j/E_C$	$g_{01}^r$ [MHz]	$g_{01}^s$ [MHz]	$\alpha$ [MHz]	$\chi^r$ [MHz]	$\chi^s$ [MHz]
Si	10 - 10	4.80-4.84	144	41.12	48.50	114.83	0.57	0.58
Si	11 - 9	4.63-4.99	123	41.81	48.60	123.05	0.55	0.56
Sapphire	10 - 10	5.03-5.05	134	44.67	50.42	123.98	0.72	0.65
Sapphire	11 - 9	4.89-5.35	111	44.53	50.44	136.51	0.68	0.64

Tabella 3.3: Tabella dei risultati ottenuti dalle simulazioni con diversi materiali e induttanze. Il design è sempre quello ottimizzato spiegato precedentemente con  $d_z = 12 \text{ mm}$ . Le simulazioni con zaffiro presentano parametri di accoppiamento e anarmonicità migliori rispetto al silicio. Mentre variare l'induttanza non comporta sostanziali vantaggi in termini di questi parametri, ma come spiegato è utile ad avere un più sicuro disaccoppiamento dei qubit in frequenza. Infatti le frequenze dei qubit, con induttanza uguale, differiscono di una decina di MHz, mentre con induttanze diverse di 1 nH hanno una separazione in frequenza dell'ordine delle centinaia di MHz.

discussioni e le analisi esposte per le simulazioni di questo design. I precedenti risultati per brevità sono stati mostrati solamente per il Qubit1, la cavità di Readout1 e la cavità di Storage. Risultati analoghi si sono ottenuti per Qubit2 e cavità di Readout2, mentre accoppiamenti molto più modesti sono osservati considerando qubit tra loro e qubit con le cavità di Readout opposte. Per completezza, in tabella 3.4 si riportano anche questi risultati. La denominazione dei modi segue la convenzione di pyEPR, ovvero di python, partendo a numerarli da 0 e non da 1 come in ANSYS. Quindi, il modo 0 corrisponde al modo del Qubit1, il modo 1 alla risonanza del Qubit2, il modo 2 alla cavità di Readout1, il modo 3 alla cavità di Readout2 e infine il modo 4 è la risonanza della cavità di Storage. Per esempio, considerando i modi già analizzati nei precedenti risultati, essi saranno i modi [0,2,4]. Questa notazione aiuta nel seguito a esprimere i risultati nella tabella 3.4 ed è anche la stessa usata nei codici pyEPR qualora si dovessero analizzare. Come atteso l'accoppiamento tra Qubit1 e cavità di Readout2 ad esempio è molto basso, rappresentato dal parametro  $g_{01}^r = 0.46 \text{ MHz}$ , dei

modi [0,3,4], seconda riga della tabella 3.4. Mentre l'accoppiamento tra Qubit1 e cavità di Readout1 è due ordini di grandezza maggiore, si veda la prima riga, corrispondente ai modi [0,2,4], in cui  $g_{01}^r = 44.53$  MHz.

Risultati pyEPR sapphire, $L_{J1} = 11$ nH, $L_{J2} = 9$ nH, tutti i modi							
Modes	$f_{q1} - f_{q2}$ [GHz]	$E_j/E_C$	$g_{01}^r$ [MHz]	$g_{01}^s$ [MHz]	$\alpha$ [MHz]	$\chi^r$ [MHz]	$\chi^s$ [MHz]
[0,2,4]	4.89- 5.35	112	44.53	50.44	136.51	0.68	0.64
[0,3,4]	4.89- 5.35	112	0.46	50.68	136.19	0.00	0.64
[1,3,4]	4.89- 5.35	127	44.07	49.77	118.36	0.76	0.69
[1,2,4]	4.89- 5.35	127	0.32	49.82	118.03	0.00	0.69
[0,1,4]	4.89- 5.35	112	1.37	50.68	136.19	0.01	0.64

Tabella 3.4: Tabella dei risultati ottenuti sul design ottimale con substrato in zaffiro e induttanze dei qubit  $L_{J1} = 11$  nH,  $L_{J2} = 9$  nH. Per completezza si analizzano tutte le combinazioni possibili dei modi, ricordando che con pyEPR è possibile analizzarne solamente tre alla volta. Per chiarezza si spiega la prima riga: si studiano i modi 0, 2 e 4 relativi al Qubit1, alla cavità di Readout1 e alla cavità di Storage, rispettivamente. Le frequenze del Qubit1 del Qubit2 sono 4.89 GHz e 5.35 GHz. Il rapporto di partecipazione delle energie è  $E_J/E_C = 112$ . L'accoppiamento tra Qubit1 e cavità di Readout1 è definito dal parametro  $g_{01}^r = 44.53$  MHz, inteso già diviso per il fattore  $2\pi$ . Mentre l'accoppiamento tra il Qubit1 e la cavità di Storage è definito dal parametro  $g_{01}^s = 50.44$  MHz, sempre inteso come fattore in frequenza, ovvero diviso per il fattore  $2\pi$ , e analogamente per gli shift dispersivi  $\chi^r$  e  $\chi^s$ . Si noti come l'accoppiamento tra Qubit1 e cavità di Readout2 è estremamente basso,  $g_{01}^r = 0.46$  MHz, in accordo con quanto stabilito nei vincoli progettuali. Lo shift dispersivo non è esattamente 0 ma di qualche kHz, perciò risulta 0 in tabella dove si è voluto lasciare tutto in MHz con due cifre decimali.

Per comprendere meglio quali sono i modi, riepilogare le frequenze di risonanza e vedere il profilo del campo elettrico di ciascun modo, tabella

3.5, si sono riportate le figure del profilo del campo elettrico effettuate su ANSYS<sup>4</sup> per il design del photon counter, modo del qubit 1 in figura 3.18, modo del qubit 2 in figura 3.19, modo della cavità di Readout 1 in figura 3.20, modo della cavità di Readout 2 in figura 3.21 e infine il modo della cavità di Storage in figura 3.22.

Eigenmode					
numero modo	spiegazione	f [GHz] Si-licio 1	f [GHz] Si-licio 2	f [GHz] Zaffiro 1	f [GHz] Zaffiro 2
0	Qubit1	4.81	4.63	5.03	5.05
1	Qubit2	4.84	4.99	4.89	5.35
2	Readout1	7.67	7.67	7.67	7.67
3	Readout2	7.78	7.78	7.78	7.78
4	Storage	8.78	8.78	8.78	8.78

Tabella 3.5: Tabella dei risultati dei modi di risonanza. La numerazione dei modi nella tabella segue la numerazione python, partendo da 0. Su ANSYS parte da 1 invece. Sono riportate le frequenze di risonanza anche dei diversi materiali del substrato, silicio, Si, e zaffiro, sapphire. Con 1 si intende il caso delle induttanze dei qubit uguali:  $L_{J1} = L_{J2} = 10 \text{ nH}$  e con 2 il caso di induttanze diverse:  $L_{J1} = 11 \text{ nH}$   $L_{J2} = 9 \text{ nH}$ .

A questo punto, avendo ottenuto buoni valori dei parametri di accoppiamento tra qubit e rispettive cavità, bisogna verificare l'effettivo disaccoppiamento tra i due qubit. Dalla formula 1.84, si può valutare l'interazione tra essi. Prima di fare i calcoli è bene richiamare i risultati dell'articolo[40], per avere un buon termine di paragone, in cui viene analizzato un sistema di due qubit distanti 5 mm accoppiati con un risonatore in comune. Bisogna ottenere valori almeno un ordine di grandezza inferiori a quelli dell'articolo, perché come già spiegato, l'obiettivo del design qui proposto è opposto a quello del design nel-

<sup>4</sup>I profili del campo rimangono pressapoco gli stessi cambiando materiale e per piccole variazioni di induttanza, nel caso specifico le figure riportate sono state realizzate con substrato in silicio e  $L_{J1} = L_{J2} = 10 \text{ nH}$ .

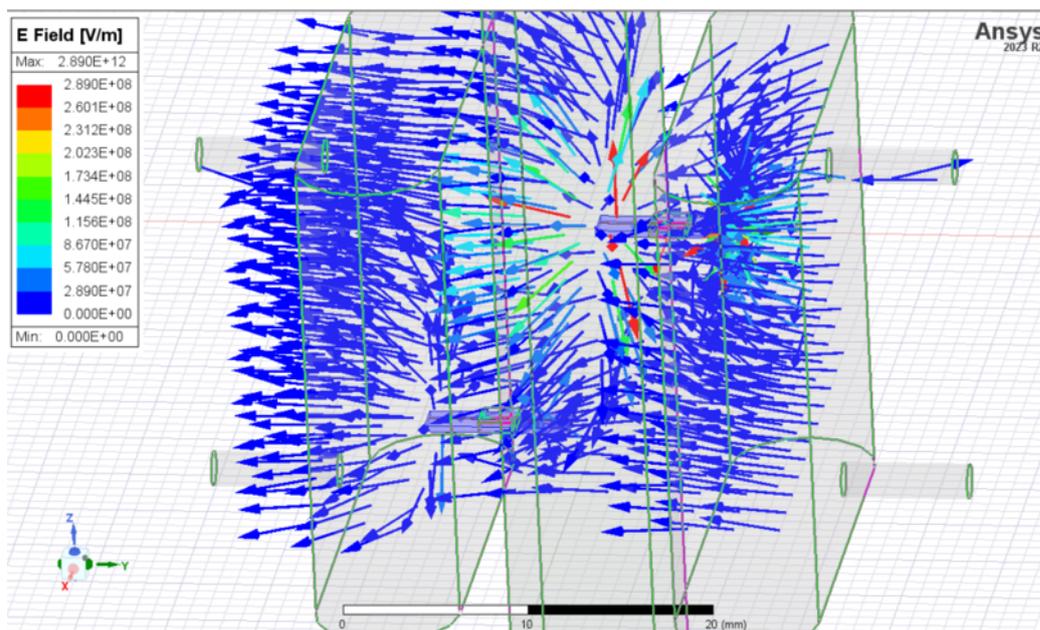


Figura 3.18: Primo modo di risonanza, corrispondente al modo del primo qubit. Si vede come il campo elettromagnetico sia ben confinato nella regione limitrofa al primo qubit, mentre il campo in corrispondenza del secondo qubit risulta almeno due ordini di grandezza inferiore. Questo è stato usato come una prima prova visiva del disaccoppiamento tra i qubit. Con il software di pyEPR si è calcolato quantitativamente questo, con il EPR che risulta all'incirca di 0.8 per il qubit eccitato e dell'ordine di  $10^{-5}$  per il qubit non eccitato. Immagine autoprodotta dal design effettuato su ANSYS.

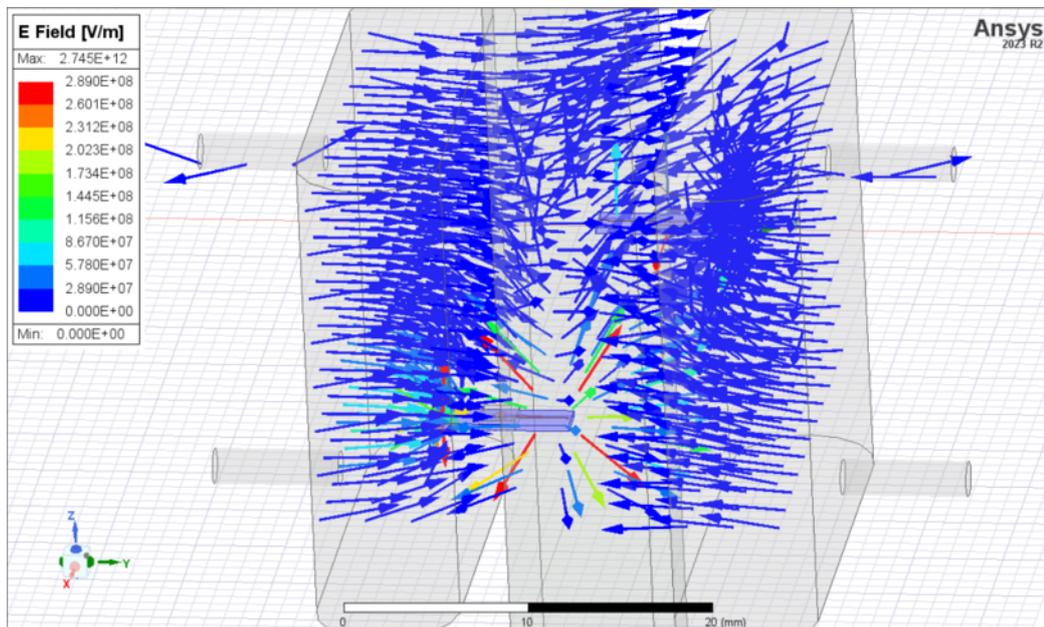


Figura 3.19: Secondo modo di risonanza, corrispondente al modo del secondo qubit. Valgono considerazioni analoghe a quelle espone per il primo qubit, essendo il sistema simmetrico. Si aggiunge che queste simulazioni hanno anche aiutato a individuare gli effettivi modi dei qubit, distinguendoli da modi parassiti delle antenne ad esempio. Immagine autoprodotta dal design effettuato su ANSYS.

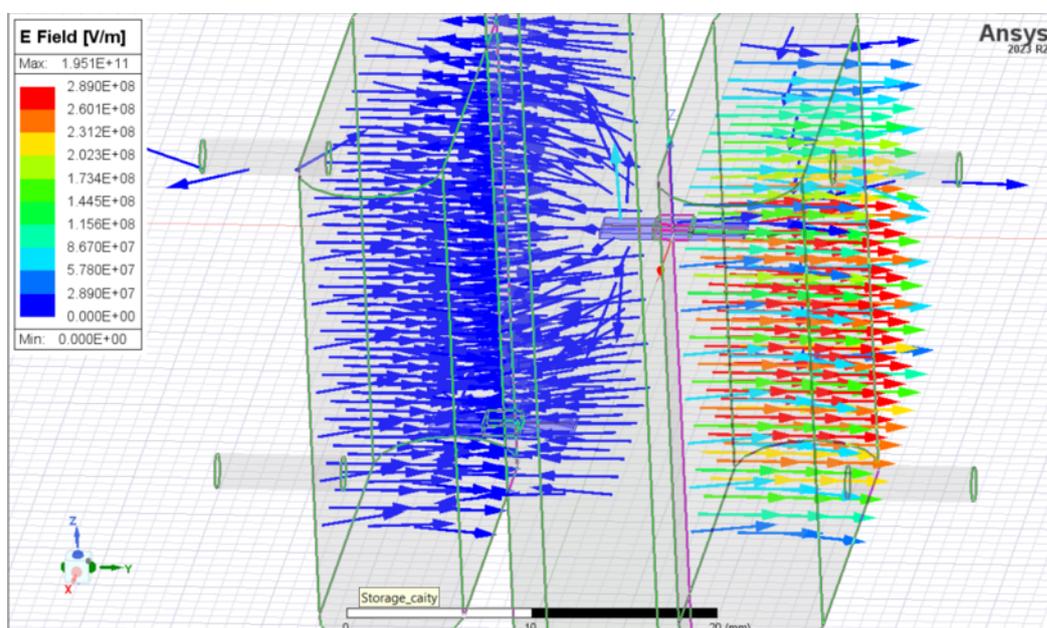


Figura 3.20: Terzo modo di risonanza, corrispondente al modo della cavità di Readout1. Questa simulazione è molto importante perché conferisce informazioni sulla distribuzione spaziale del campo e sulla sua orientazione, infatti i qubit sono posizionati in modo da avere il lato lungo lungo le linee di campo elettrico, per massimizzare l'accoppiamento, in questo caso lungo l'asse y. Immagine autoprodotta dal design effettuato su ANSYS.

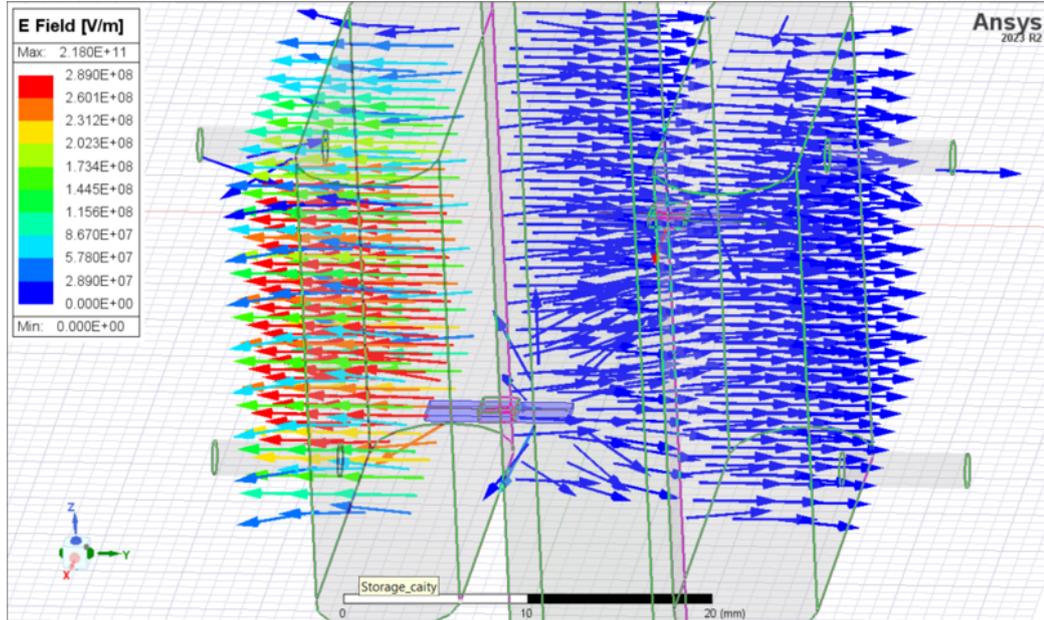


Figura 3.21: Quarto modo di risonanza, corrispondente al modo della cavità di Readout2. Simmetrico rispetto al campo della cavità di Readout1. Immagine autoprodotta dal design effettuato su ANSYS.

l'articolo, ovvero di minimizzare l'accoppiamento tra i qubit rendendoli il più possibile indipendenti. Nell'articolo riportano fattori di accoppiamento tra qubit e cavità dell'ordine di  $g_1 \approx g_2 \approx 105 \text{ MHz}$ . Da cui ottengono, usando l'equazione 1.84 un fattore di accoppiamento tra qubit di  $J/(2\pi) \approx 13 \text{ MHz}$ .

Usando i parametri di questo design, si ottiene invece un fattore di accoppiamento  $J/(2\pi) \approx 0.614 \text{ MHz}$ . Quindi quasi due ordini di grandezza minore, in buono accordo con le aspettative.

Inoltre, nel design finale con qubit disaccoppiati tramite un disallineamento lungo l'asse  $z$ , si possono a questo punto realizzare qubit con stessa induttanza, o induttanza diversa<sup>5</sup>, come visto nelle simulazioni eseguite. Anche nel caso peggiore, di qubit con induttanza uguale, in particolare  $L_{J1} = L_{J2} = 10 \text{ nH}$ , la differenza tra le rispettive frequenze di risonanza è dell'ordine di 10 MHz. Questo leggero shift, teoricamente è sufficiente a portare il sistema nella regione non-degenere, in

<sup>5</sup>Dalle simulazioni, e per quanto riguarda l'accoppiamento i risultati migliori si hanno con qubit con un'induttanza che differisce di 1 nH circa. Tuttavia, non è nota la precisione esatta in fase di fabbricazione dei qubit, per questo motivo non ci si è basati solo su questo parametro, eseguendo le analisi anche nel caso peggiore di qubit con induttanza uguale.

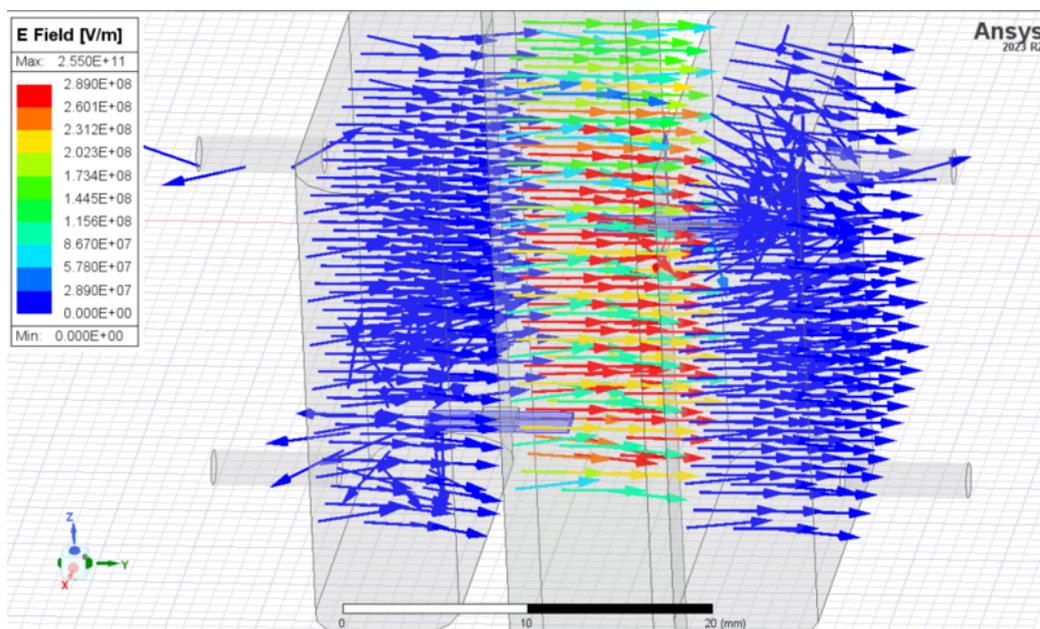


Figura 3.22: Quinto modo di risonanza, corrispondente al modo della cavità di Storage. Si noti come, guardando i modi di tutte e tre le cavità, il campo è ben confinato solo nelle rispettive cavità in risonanza, questa è una conferma dell'analisi eseguita del sistema come tre cavità indipendenti tra loro accoppiate dispersivamente a due qubit. Immagine autoprodotta dal design effettuato su ANSYS.

cui  $|\omega_{q1} - \omega_{q2}|/(2\pi) \gg J$ . Usando invece qubit con frequenza di risonanza diversa, ad esempio con  $L_{J1} = 11nH$   $L_{J2} = 9nH$ ; si ha uno shift della frequenza dei qubit dell'ordine dei 100 MHz, migliorando l'approssimazione di regime non-degenere.

## 3.2 Risultati sperimentali

A causa dei lunghi tempi richiesti per la produzione, non era previsto di poter effettuare delle misure sul design originale. È stato tuttavia possibile effettuare delle estese campagne di misura sperimentali utilizzando i procedimenti e la strumentazione destinata alle misure finali sul design qui elaborato. Si sono effettuate misure per verificare il corretto funzionamento del JPA, per la calibrazione delle linee sia a caldo che a freddo e per la caratterizzazione DC delle giunzioni dei qubit.

### a) Realizzazione cavità.

Le cavità vengono prodotte in alluminio, che a 1.19 K diventa superconduttivo, così da avere elevati fattori di qualità. Serve un materiale ultrapuro, con spessori di alluminio ossidato di pochi nm. Per ottenere questo si procede con l'annealing, in cui si scalda la cavità fino a 500 °C, per poi raffreddarla e ripulirla chimicamente. La fase di fabbricazione è estremamente precisa e riesce a realizzare le cavità con una precisione fino al centesimo di mm. In figura 3.23 si riporta una cavità in alluminio prodotta in questo modo.

Le cavità vengono prodotte all'INFN presso i Laboratori Nazionali di Legnaro, LNL[53]. In figura 3.24 si vede il design meccanico per la fabbricazione del single photon counter sviluppato in questa Tesi.

### b) Realizzazione qubit.

Le giunzioni Josephson, per realizzare il transmon qubit, sono fabbricate al CNR-INFN. In figura 3.25 è mostrato un qubit prodotto in questi laboratori.

Fissato il substrato, in silicio o zaffiro, si deposita l'alluminio. Tipicamente viene realizzato con la tecnica di evaporazione a doppio angolo, evaporando i due strati di Al con angoli diversi e in mezzo lasciando depositare l'ossido dello stesso metallo. Questa fase di produzione è estremamente delicata, ma comunque si riescono a realizzare qubit con un'estrema precisione, controllando anche le loro correnti critiche in base allo spessore dell'ossido che si lascia depositare.

In figura 3.26, sono presenti tre qubit, due laterali con pad rettangolari,



Figura 3.23: Metà di una cavità in alluminio ultrapuro dopo annealing. Lo spessore dell'ossido di alluminio è minore a 100 nm. Si producono le cavità per parti sia per facilitare la fabbricazione meccanica e lavorazione interna sia per depositare i qubit all'interno. Immagine presa dai Laboratori Nazionali di Legnaro-INFN.

### Future cavity

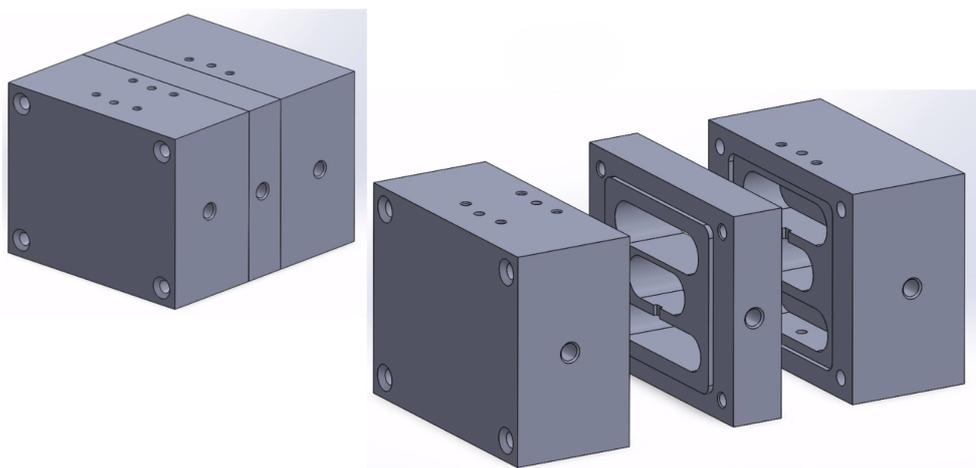


Figura 3.24: Design meccanico del single photon counter con tre cavità. A sinistra è raffigurato il sistema una volta chiuso, a destra si vedono le tre sezioni separate. Design meccanico e immagine presa dai Laboratori Nazionali di Legnaro-INFN.

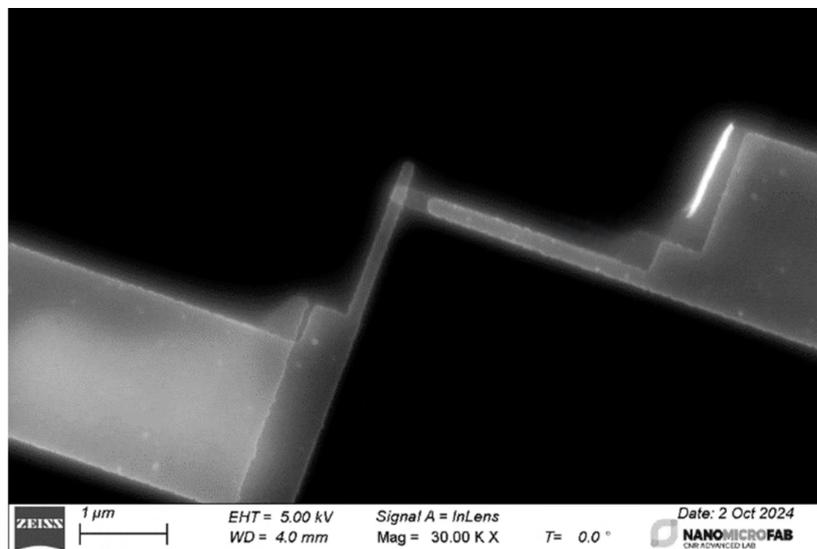


Figura 3.25: Transmon qubit prodotto al CNR-INFN. Al centro, nell'intersezione tra i due superconduttori, è presenta la giunzione Josephson. Immagine presa al SEM dal CNR.

e un qubit centrale con pad circolari. I qubit sono collegati tramite fili di alluminio per la misura della loro corrente critica.

c) **Criogenia.**

La criogenia gioca un ruolo fondamentale per gli esperimenti con qubit superconduttivi. Infatti, serve una buona e omogenea termalizzazione ai 10 mK circa. Le basse temperature servono sia a far transire l'alluminio nello stato superconduttivo sia a ridurre rumore e decoerenza del qubit.

Per raggiungere temperature così basse si usa il criostato, un insieme di piatti con elevata conducibilità termica, spesso realizzati in oro, ciascuno dei quali viene fatto lavorare a una temperatura diversa. Questo serve a rendere la transizione tra temperatura ambiente e 10 mK più graduale, in modo da permettere anche di controllare meglio il rumore e le amplificazioni.

Il criostato dove sono state effettuate le misurazioni è composto di cinque stadi, a diverse temperature, da 50 K, 4 K, 600 mK, 50 mK per finire con 10 mK. Queste sono temperature indicative di riferimento, per le reali temperature si faccia riferimento di volta in volta all'esperimento in questione.

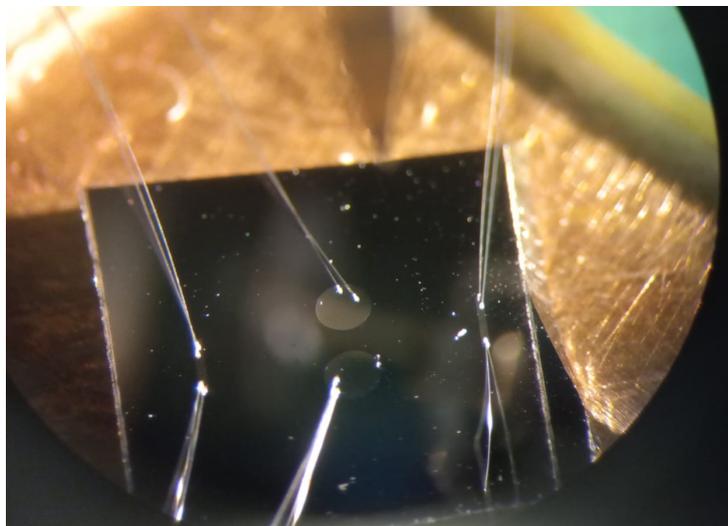


Figura 3.26: Tre qubit 3D. I due qubit laterali sono con pad rettangolari, il qubit centrale è con pad circolare. I qubit sono collegati tramite opportuni fili di collegamento, visibili in figura, con il resto del circuito, per la misura a quattro fili della corrente critica.

Per raffreddare si effettua inizialmente un precooling, con azoto liquido, che riesce ad arrivare a 77 K, dopodiché si utilizzano sistemi di pompaggio chiamati Pulse Tube per raffreddare ulteriormente fino a 4 K. Per scendere sotto i 4 K si utilizza una particolare pompa  $He^3 - He^4$ , che sfruttando le proprietà di questi due diversi isotopi insieme riesce a prelevare ulteriore calore al sistema portandolo a temperature estremamente basse, intorno ai 10 mK. Questo è il processo che utilizza la pompa di raffreddamento, denominata refrigeratore a diluizione.

d) **Setup sperimentale.**

In figura 3.27 si vede il criostato, con i diversi stadi con le rispettive temperature riportate.

In linea tratteggiata sono raffigurati i diversi stadi alle diverse temperature, tutte riportate. Le dimensioni delle linee non sono in scala, per cui per stimare l'effettiva attenuazione del setup bisogna considerare le lunghezze reali delle linee, che comunque in prima approssimazione si può considerare un fattore di attenuazione di -20 dB per ciascuna linea. Ad aggiungersi a questi ci sono gli attenuatori, che servono a ridurre il rumore e la potenza proveniente dai 300 K che creerebbe problemi agli stadi a basse temperature. Il JPA è un amplificatore basato sul-

Run October 2024

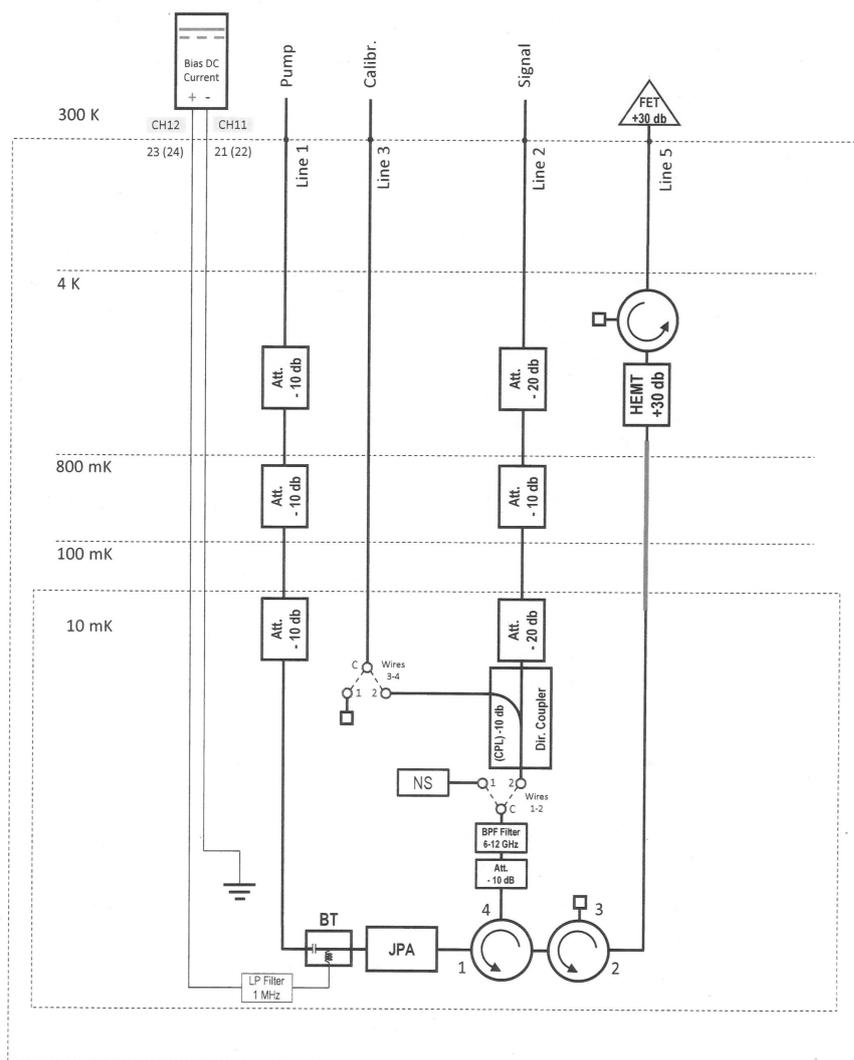


Figura 3.27: Setup sperimentale del run di ottobre 2024, per misure di caratterizzazione delle giunzioni, misure in DC, analisi del funzionamento del JPA, e dello schermo dal campo magnetico posto sulle schedine.

la giunzione Josephson, che amplifica di circa 20 dB; esso servirà ad amplificare il segnale proveniente dalla cavità di readout per la lettura dello stato del qubit. BT, accanto al JPA, è il “bias tee”, che serve a bloccare le alte frequenze che arrivano sul JPA. L’amplificatore si basa su uno SQUID, e quindi lo si può modulare, ovvero si può cambiare la sua risposta caratteristica. In particolare si usa un generatore di tensione collegato a un circuito di controllo e sintonizzazione del JPA, in modo che applicando una tensione variabile tra 0 e 3 V circa, si varia la frequenza caratteristica dell’amplificatore. Per controllare ed eccitare il JPA si usa la linea di pompa, Pump in figura, collegata al generatore di segnale alle microonde Rohde-Schwarz SMA100B, del quale vengono controllate sia la potenza che la frequenza del segnale inviato.

NS, in figura, rappresenta la noise source, ovvero la sorgente di rumore; è un piccolo dispositivo montato su una basetta a parte sul piatto a 10 mK, con un riscaldatore e un termometro per regolare la sua temperatura quasi indipendentemente dal piatto freddo. Si riesce a portare il NS fino a 1 K, mantenendo la temperatura dello stadio più freddo a 30 mK. Questa sorgente di rumore serve ad avere un semplice e veloce sistema di controllo del setup. L’idea di base è che qualsiasi segnale<sup>6</sup> viene amplificato di circa 20 dB dal JPA e inviato, tramite i circolatori, alla linea 5. L’amplificazione in questo stadio è estremamente importante in quanto avviene a monte di qualsiasi rumore termico, permettendo letture estremamente sensibili. Nello stadio più basso di temperatura, 10 mK, il JPA è l’unico amplificatore che si può utilizzare, qualsiasi altro amplificatore, come un FET criogenico ad esempio, consuma tipicamente qualche mW scaldando eccessivamente il piatto e ha un rumore interno molto elevato che sopprimerebbe il segnale del qubit.

Gli altri amplificatori presenti sono l’HEMT (High Electron Mobility Transistor), che amplifica di circa 36 dB, posto sul piatto a 4 K della linea 5, e un FET (field effect transistor), transistor classico fatto funzionare nella regione d’amplificazione del segnale, che amplifica di circa 35 dB e lavora a temperatura ambiente. I diversi amplificatori a stadi di temperature diverse servono ad amplificare gradualmente aumentando il rapporto segnale rumore, SNR.

La linea rossa in figura 3.27, sulla linea 5, indica un tratto di linea superconduttivo, utilizzato per ridurre le perdite e il rumore in quel tratto.

---

<sup>6</sup>Il segnale in futuro potrebbe essere il segnale di un qubit, adesso è un segnale aleatorio dato dal rumore termico.



Figura 3.28: Foto del criostato, stadio a 10 mK prima della chiusura. A sinistra si vede la noise source, posta su quattro viti in acciaio per il contatto termico, che non deve essere perfetto per garantire alla NS di lavorare a una temperatura diversa rispetto allo stadio più freddo. In primo piano il JPA, seguito dal portacampioni, che ospita tre qubit e due giunzioni. Dietro, in bianco e blu, è presente lo switch e si intravede il directional coupler.

Per il corretto funzionamento dell'esperimento sono essenziali gli switch, raffigurati in figura dal simbolo c,1,2; il directional coupler e i circolatori, che servono a direzionare il segnale e connettere le linee di interesse di volta in volta, riducendo le riflessioni indesiderate.

Le linee 2 e 3 sono principalmente di controllo e calibrazione.

In figura 3.28 si riporta una foto del setup sperimentale dello stadio a 10 mK.

In figura 3.27 sono riportati solo gli elementi relativi al JPA e alla radiofrequenza, mentre sono omessi per semplicità i vari qubit e giunzioni da caratterizzare in DC.

Gli strumenti che si utilizzano per i vari esperimenti sono una sorgente di segnale alle microonde RF, Rohde-Schwarz SMA100B usata per generare il segnale di controllo del JPA, una sorgente simile. Un generatore di forme d'onda, Keysight 33500B, per applicare una tensione costante con precisione del MV al "bias ti" per modulare la caratteri-

stica del JPA. Un VNA, Rohde-Schwarz ZNB Vector Network Analyzer 100 kHz-20GHz, per le misure di trasmissione, ad esempio le misure di trasmissione delle linee per la calibrazione del sistema. Lo Spectrum, Rohde-Schwarz FSV signal and spectrum analyzer, per analizzare lo spettro di potenza e frequenza di una linea, usato ad esempio per analizzare la NS e per vedere la risposta del JPA al variare dei segnali di controllo.

e) **Misure effettuate.**

Preparazione del setup e calibrazione. Per prima cosa, è di fondamentale importanza preparare correttamente tutto il setup sperimentale appena descritto, accertandosi che tutte le connessioni siano corrette e stabili, mantenendo tutto l'ambiente pulito e incontaminato, e caratterizzando ogni singolo dispositivo. Per questo sono state effettuate molte misure per caratterizzare i vari componenti singolarmente, come i filtri utilizzati, gli switch, accoppiatori direzionali e circolatori.

Una volta montati tutti i componenti si effettuano misure di calibrazione a temperatura ambiente, per controllare sia la qualità della preparazione del sistema sia il sistema nel suo insieme. Spesso può capitare che il sistema non funzioni, e a questo punto si procede o all'individuazione di singoli componenti difettosi o di collegamenti errati. Per esempio nell'ambito di questa tesi sono state effettuate misure di trasmissione al VNA, figura 3.29, per verificare i collegamenti delle varie linee in tutte le configurazioni possibili, per testare ogni componente in tutte le sue possibili configurazioni (switch sia aperto che chiuso). Per completezza si effettuano calibrazioni anche dei singoli cavi che devono collegare gli strumenti di misura alle linee, in quanto avendo lunghezze diverse determinano attenuazioni diverse.

L'utilità delle misure di calibrazione è che permettono di avere una misura dell'effettiva attenuazione e amplificazione delle varie linee e dei vari stadi.

Simili misure di calibrazione vengono effettuate una volta raffreddato il sistema, in questo contesto tuttavia bisogna procedere con maggiore cautela per non danneggiare i componenti quantistici presenti. Per la calibrazione sono state effettuate le misure di trasmissione da una linea all'altra. In riferimento al setup in figura 3.27, ci sono tre linee da calibrare, la linea 2, 3 e 5. Avendo tre incognite servono tre misure di calibrazione. In particolare si sono misurate le trasmissioni della linea 25, in figura 3.30, della linea 35, in figura 3.31 e della linea 32, in figura 3.32.

Una volta prese queste misure, per ricavare le caratteristiche delle

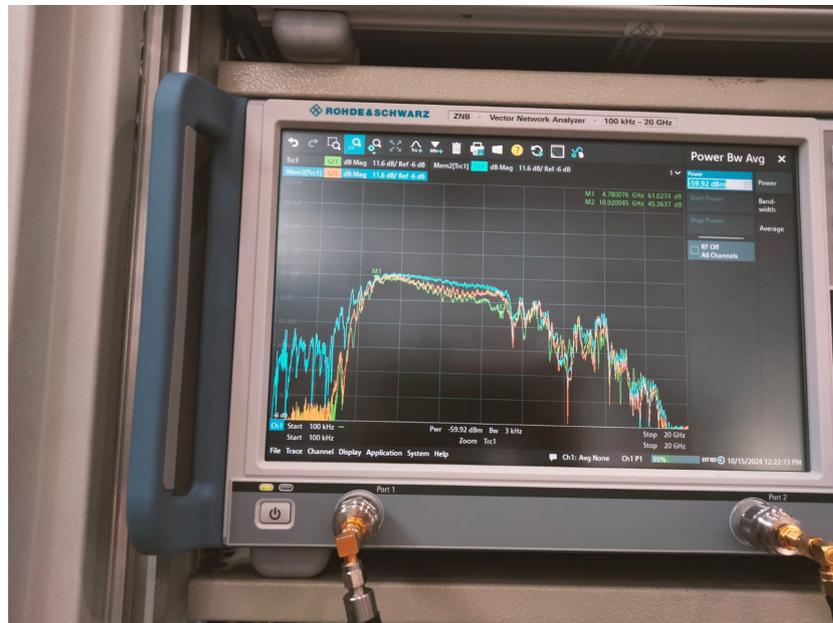


Figura 3.29: Calibrazione della linea 2-5, a temperatura ambiente, con e senza filtro. Si nota la presenza alcune oscillazioni e un'attenuazione eccessiva sopra i 6 GHz date dal filtro passa alto a 4 GHz. Per questo lo si è sostituito con un filtro passabanda 4-12 GHz con banda passante più piatta.

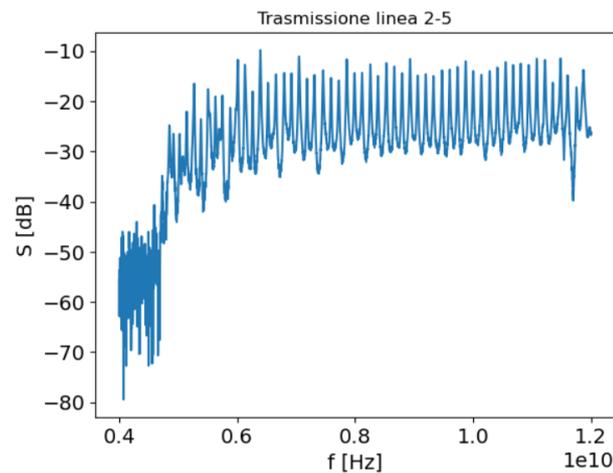


Figura 3.30: Trasmissione linea 25 della misura a freddo effettuata con VNA. Come atteso le frequenze sotto i 6 GHz vengono attenuate grazie alla presenza del filtro passabanda con banda passante 6-12 GHz. Sono presenti molte oscillazioni anche in banda passante, probabilmente dovute a qualche componente o collegamento difettoso.

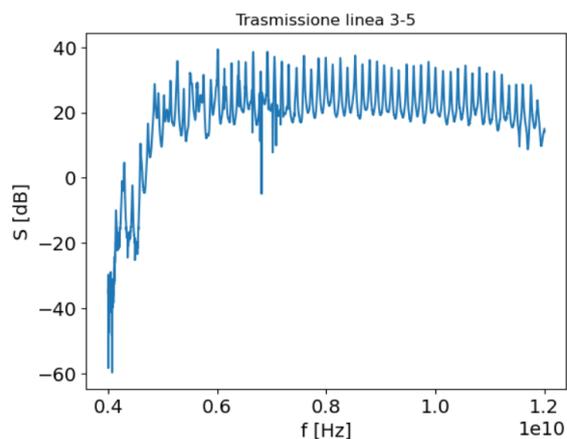


Figura 3.31: Trasmissione linea 35 della misura a freddo effettuata con VNA. Anche qui la presenza del filtro passabanda è chiaramente visibile, e sono presenti anche qui delle forti oscillazioni.

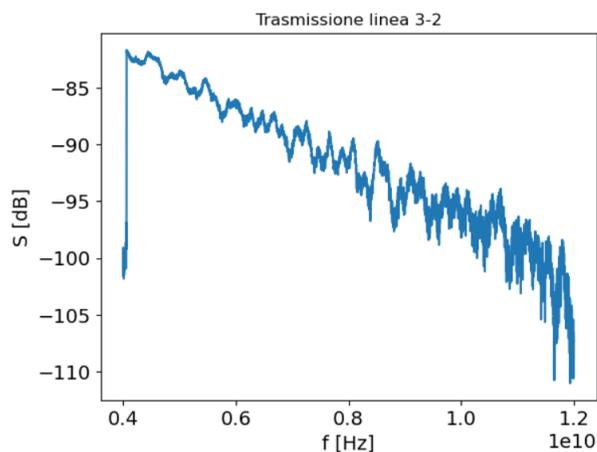


Figura 3.32: Trasmissione linea 32 della misura a freddo effettuata con VNA. In questa configurazione non si passa per il filtro passabanda, come si vede però altri componenti determinano un comportamento in frequenza non costante, anche se molto più leggero (ora si ha un cambiamento di 20 dB mentre prima di 80 dB). In questa misura le oscillazioni risultano ridotte.

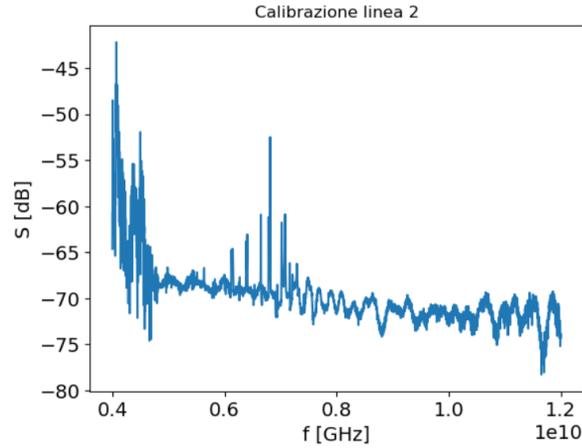


Figura 3.33: Calibrazione a freddo della linea 2, con span di 8 GHz. Nella regione di interesse si ha un'attenuazione di circa -73 dB, in ottimo accordo con il valore atteso.

singole linee si scrive il sistema:

$$\begin{cases} S_{32} = L_2 + L_3 \\ S_{35} = L_3 + L_5 \\ S_{25} = L_2 + L_5 \end{cases} \quad (3.4)$$

dove  $S_{ij}$  è la trasmissione tra la linea  $i$  e la linea  $j$  e  $L_i$  è la caratteristica della singola linea  $i$ -esima. Invertendo il sistema 3.4, si ottiene

$$\begin{cases} L_2 = \frac{S_{32} + S_{25} - S_{35}}{2} \\ L_3 = \frac{S_{32} + S_{35} - S_{25}}{2} \\ L_5 = \frac{S_{35} + S_{25} - S_{32}}{2} \end{cases} \quad (3.5)$$

Da questo sono state ricavate le caratteristiche di calibrazione delle singole linee, mostrate nelle seguenti figure: per la linea 2 figura 3.33, la figura 3.34 per la linea 3 e la figura 3.35 per la linea 5.

Dai grafici di calibrazione delle linee si nota una non idealità che comporta oscillazioni sulla linea, in particolare sulla linea 5 in figura 3.35, mentre idealmente ci si aspetta un andamento quasi piatto nell'intervallo di frequenze da 6 GHz fino a 12 GHz. Ancora non è nota la causa di queste oscillazioni, e si stanno effettuando misure ulteriori per analizzare il funzionamento dei singoli componenti.

Al di là del problema delle oscillazioni, si riesce a vedere bene il valore

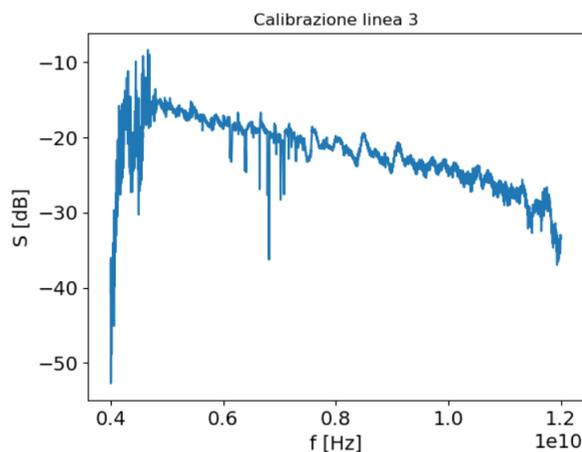


Figura 3.34: Calibrazione a freddo della linea 3, con span di 8 GHz. Nella regione di interesse si ha un'attenuazione di circa -23 dB, in accordo con il valore atteso di -30 dB.

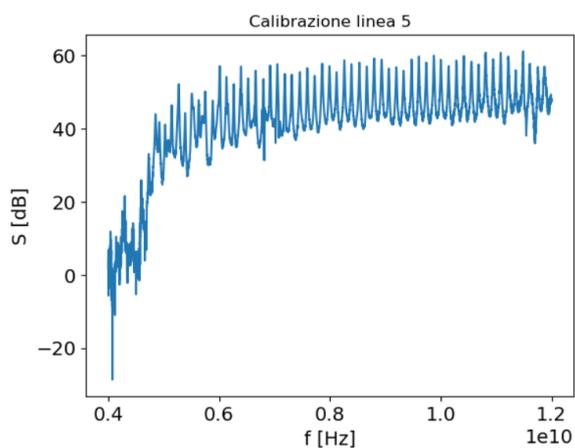


Figura 3.35: Calibrazione a freddo della linea 5, con span di 8 GHz. Nella regione di interesse si ha un'amplificazione di circa 60 dB, in ottimo accordo con il valore atteso. In questa linea si ritrovano le forti oscillazioni viste nelle trasmissioni delle linee 2-5 e 3-5. Questo aiuta a capire la sorgente del problema, che deve essere presente all'interno della linea 5.

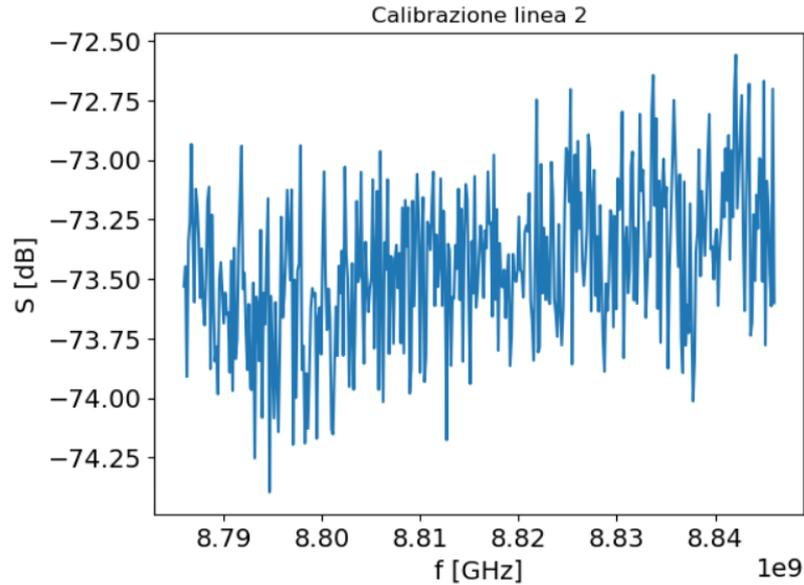


Figura 3.36: Calibrazione a freddo della linea 2, con uno span ridotto di 60 MHz, intorno al punto di lavoro 8.8115 GHz. Da questa calibrazione si riesce a raffinare la precedente stima del valor medio di attenuazione pari a -73.50 dB.

di interesse, ovvero l'attenuazione o amplificazione media di ciascuna linea:

$$\begin{cases} L_2 = -73 \text{ dB} \\ L_3 = -23 \text{ dB} \\ L_5 = +60 \text{ dB} \end{cases} \quad (3.6)$$

Una volta calibrate nel range operativo è utile avere calibrazioni ingrandite nell'intervallo di frequenze del punto operativo del JPA, in questo caso intorno a 8.8115 GHz con un intervallo di frequenze (span) di 60 MHz, in modo da avere calibrazioni più precise e accurate del punto di lavoro di interesse, soprattutto considerando le forti oscillazioni che si sono osservate nel sistema.

Misure del JPA. Si sono effettuate misure dell'amplificatore JPA che lavora allo stadio più freddo di 10 mK. Esso è controllato tramite la linea di pompa, che invia un segnale che modifica la caratteristica del JPA in base alla potenza inviata e alla frequenza del segnale inviato. Il JPA in questione è realizzato con uno SQUID, per questo è modulabile anche tramite un circuito esterno, in particolare un risonatore

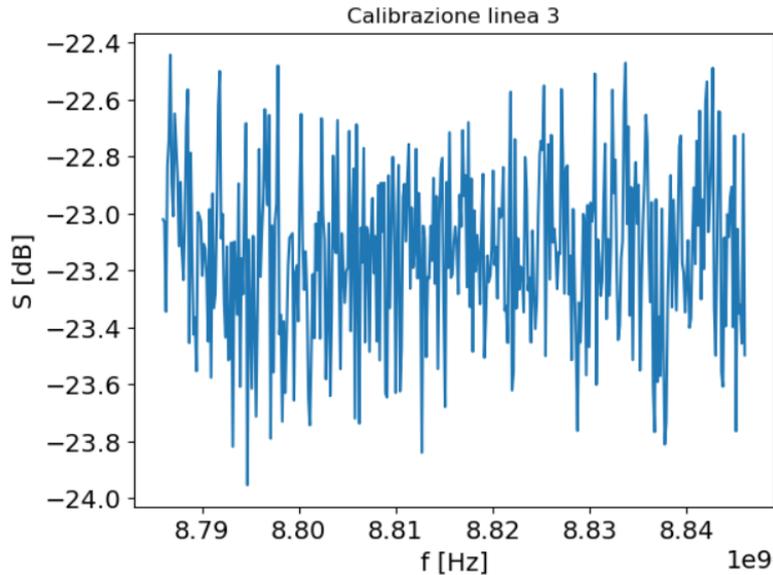


Figura 3.37: Calibrazione a freddo della linea 3, con uno span ridotto di 60 MHz, intorno al punto di lavoro 8.8115 GHz. Da questa calibrazione si riesce a raffinare la precedente stima del valor medio di attenuazione pari a -23.20 dB.

controllato in tensione da un generatore di forme d'onda che invia una tensione costante.

Il principio operativo del JPA è complesso, ed esula gli scopi di questa Tesi, per questo si danno solo brevissimi cenni per spiegare le misure effettuate, per ulteriori dettagli si faccia riferimento alla tesi di dottorato [54].

L'idea di base è che a pompa spenta, il JPA non funziona da amplificatore, e quindi si vedrà il segnale senza l'effetto del JPA, come nella figura 3.39 in alto a sinistra. Accendendo la pompa nell'opportuno punto di lavoro, il JPA amplifica il segnale, come si vede in figura 3.39, in alto a destra. Per calcolare l'effettivo guadagno bisogna considerare anche che una parte del rumore è stata amplificata; in particolare il rumore prima del JPA allo stadio a 10 mK e del rumore che introduce il JPA inevitabilmente. Il vantaggio del JPA è che la banda del rumore che è stato amplificato è molto ridotta, e che l'amplificazione del rumore di fondo (circa 10 dB in figura 3.39) è minore rispetto all'amplificazione del segnale (circa 15 dB in figura). Questo determina un miglioramento del SNR. Un'ulteriore misura che si può effettuare del JPA è della sua non linearità, visualizzando i segnali Idler[54], le

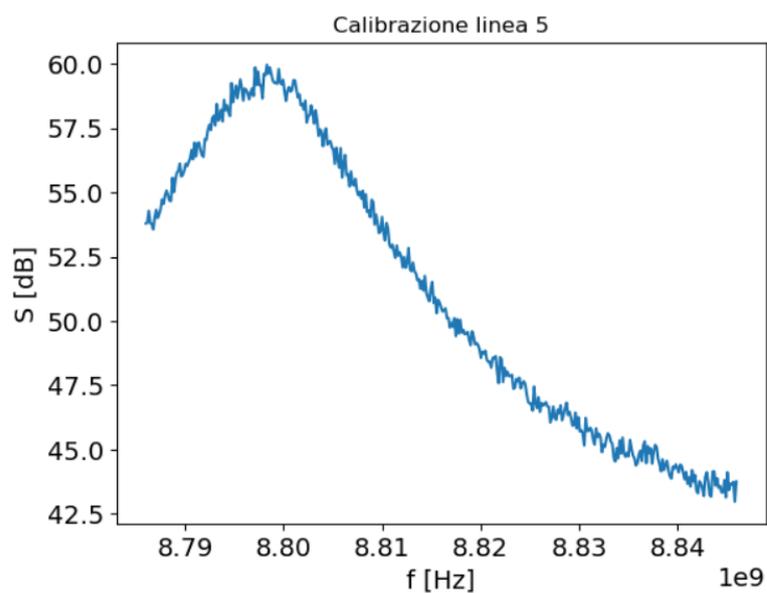


Figura 3.38: Calibrazione a freddo della linea 5, con uno span ridotto di 60 MHz, intorno al punto di lavoro 8.8115 GHz. Dall'immagine è chiaramente visibile una cresta dell'onda delle oscillazioni visibili con span a 8 GHz, questo a conferma che non si trattava solo di rumore ma di oscillazioni sistematiche date dal comportamento in frequenza di qualche dispositivo presente nella linea 5 o collegamenti non perfetti. Il valore di amplificazione si stima essere il picco di queste oscillazioni, intorno a 60 dB, in quanto si ipotizza che la non idealità presente porti ad un'attenuazione della trasmissione.

immagini con due picchi in figura 3.39. Questi segnali si formano se la frequenza della pompa non coincide perfettamente con la frequenza del punto di lavoro del JPA, portando a una non linearità che determina un punto bistabile dell'amplificatore, che quindi produce due copie del segnale spostate in frequenza in modo simmetrico rispetto al punto di lavoro, per la conservazione dell'energia.

Misure in DC. Per caratterizzare le giunzioni Josephson, si effettuano le misure in DC. In questa sezione si spiega brevemente il setup utilizzato per queste misure. Per questioni di tempo dovute alla fabbricazione dei qubit non si è riuscito a effettuare le misure sui qubit progettati, queste misure sono tuttavia utili per qubit simili usati in altri esperimenti e comunque le procedure qui esposte sono le stesse di quelle che si andranno ad effettuare una volta realizzati i qubit.

Lo scopo delle misure in DC è di misurare la resistenza normale del superconduttore, per stimare la sua corrente critica (della giunzione) e così stimare l'induttanza della giunzione.

A livello sperimentale si dispone di un utile portacampioni che permette di analizzare diverse giunzioni in un unico esperimento. In totale può ospitare otto giunzioni, l'uscita delle quali è accessibile tramite una porta USB-C, fig3.40.

Le misure per la caratterizzazione in DC vengono effettuate a freddo, 10 mK. Si usa il generatore di forme d'onda KEYSIGHT per generare una corrente DC per polarizzare le giunzioni, in figura 3.26. Il valore della corrente è calcolato misurando la tensione, nota la resistenza di prova. In pratica si effettua una misura a quattro contatti, per determinare sia la corrente che scorre nella giunzione sia la tensione che si genera ai suoi capi. In questo modo si determina la caratteristica I-V della giunzione Josephson, dalla quale si estraggono la corrente di rientro e la corrente critica. Da queste si calcola la resistenza nello stato normale  $R_0$ .

#### f) **Discussione Risultati**

Nelle misure di calibrazione sono state osservate forti oscillazioni, e si è individuato il problema essere nella linea 5. Ancora non è chiaro quale componente dia questo problema all'interno della linea, per investigare ciò verranno condotte ulteriori misure dei vari componenti. Ad eccezione delle oscillazioni della linea 5, la calibrazione è stata effettuata con buoni risultati, ottenendo valori di attenuazione e amplificazione delle varie linee in accordo con quanto atteso.

Il JPA è stato caratterizzato mostrando un ottimo funzionamento che

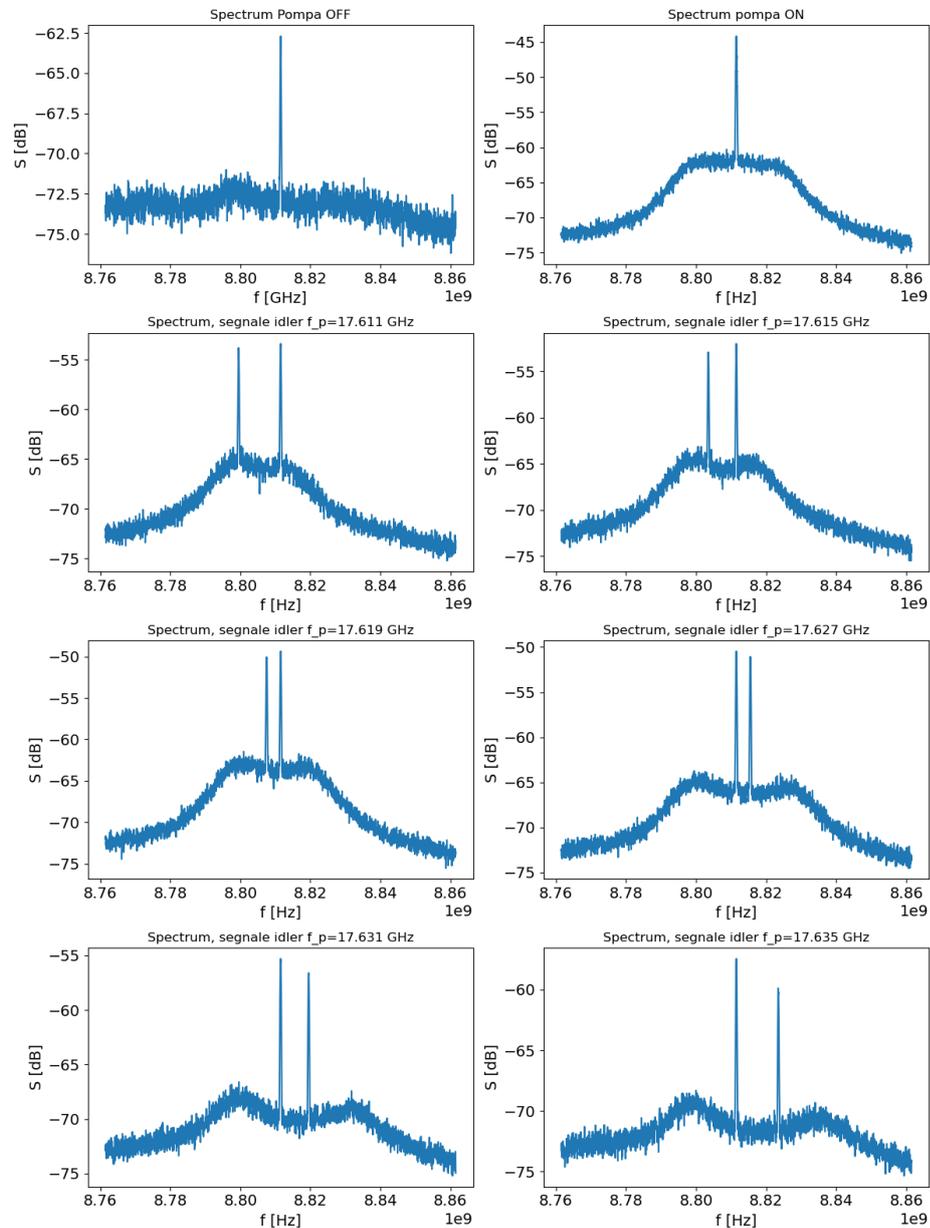


Figura 3.39: Spettro di potenza per le misure del JPA a diversi valori della frequenza della pompa. Nello stato pompa OFF, in alto a sinistra non è stata inviata potenza. Nell'immagine in alto a destra con la pompa ON, si invia una potenza  $P_{pump} = -0.3 \text{ dBm}$  ad una frequenza  $f_{pump} = 17.623 \text{ GHz}$ . Nelle immagini seguenti sono mostrati i segnali Idler. Si sono effettuate misure per diversi valori del disallineamento sia aumentando che diminuendo la frequenza della pompa a passi di 4 kHz. Immagine presa con lo Spectrum.

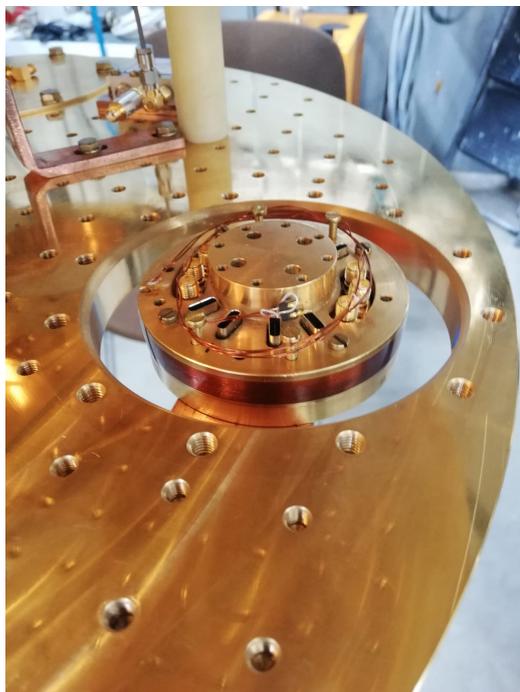


Figura 3.40: Porta giunzioni Josephson.

arriva a dare amplificazioni di 20 dB ed è facilmente controllabile con la linea della pompa. Come si vede comparando i grafici a pompa accesa e spenta in figura 3.39, in realtà non viene amplificato solo il segnale, il picco centrale, ma anche una porzione del rumore di fondo, relativa solo al rumore a monte del JPA e introdotto dal JPA stesso. Il vantaggio si ha sia perché viene amplificata solo una piccola banda del rumore, sia perché il segnale viene amplificato di un fattore maggiore rispetto al rumore di fondo. Il picco viene amplificato di circa 15 dB mentre il rumore di fondo di circa 10 dB. Inoltre, tutto il rumore a valle del JPA, come il rumore dell'HEMT non vengono amplificati, migliorando significativamente il SNR.

Una volta caratterizzato il JPA, e aver eseguito le misure di calibrazione delle varie linee è possibile eseguire una stima del rumore di amplificazione, dalla formula:

$$P = k_B T \Delta f \quad (3.7)$$

con  $k_B$  costante di Boltzman,  $T$  è la temperatura di rumore da determinare,  $\Delta f$  è la larghezza di banda considerata, e  $P$  la potenza del

livello di rumore vista dallo Spectrum.

Per quanto riguarda le misure dei qubit invece esse dovranno essere riprese in quanto comparivano dei problemi nella caratterizzazione. A breve verrà eseguita un'analisi al SEM per verificare se questi problemi sono dovuti a difetti delle giunzioni.

# Capitolo 4

## Conclusioni

In questa tesi è stata progettata una struttura innovativa per un single photon counter. Per migliorare la sensibilità e l'affidabilità del dispositivo ultrasensibile al singolo fotone si sono usati due qubit 3D. I due qubit sono accoppiati allo stesso risonatore, cavità centrale di Storage; per leggere lo stato dei qubit si sono accoppiati a due cavità di Readout distinte. Per garantire uno stabile disaccoppiamento tra i qubit, sono stati separati spazialmente, mantenendoli all'interno della regione di campo massimo, senza compromettere l'accoppiamento tra qubit e cavità. Inoltre, si sono progettati i qubit per garantire una differenza nella loro frequenza di risonanza sufficiente a portarli nel regime non degenere in cui risultano disaccoppiati secondo la hamiltoniana del sistema.

Il design è stato caratterizzato tramite simulazioni elettromagnetiche condotte con ANSYS, studiando nel dettaglio il profilo del campo e assicurando il massimo accoppiamento tra qubit e cavità. Sono state effettuate analisi quantistiche dell'hamiltoniana del sistema tra due qubit e tre cavità. Sono stati estratti i parametri caratteristici dell'hamiltoniana, utilizzando il software pyEPR, verificando che fossero adeguati per l'elevata sensibilità richiesta dal dispositivo.

I qubit sono collocati in cavità di alluminio e posti su substrati dielettrici. Sono state condotte simulazioni sui diversi tipi di materiali del substrato, mostrando che i materiali più promettenti sono risultati lo zaffiro e il silicio. A causa dei lunghi tempi richiesti per la produzione, la caratterizzazione sperimentale di questo photon counter a tre cavità non è stata ancora completata, ma verrà eseguita appena possibile. Sono state però condotte campagne di misure sperimentali per caratterizzare le giunzioni e il JPA previsti nel design finale. Le misure hanno rivelato ottimi livelli di precisione per il processo di fabbricazione delle giunzioni; pur rivelandone una fragilità che richiede cautela. Per quanto riguarda il JPA, sono stati ottenuti valori di

---

amplificazione fino a 20 dB, con un significativo aumento del SNR grazie al suo funzionamento nello stadio più freddo (10 mK).

In conclusione, sulla base del design realizzato, delle simulazioni eseguite e delle misure disponibili, il progetto risulta molto promettente avendo sensibilità elevate, ottimo SNR e miglior affidabilità nella rivelazione di un fotone rispetto ai design precedenti basati su un solo qubit. Questo single photon counter con tre cavità si dimostra particolarmente adatto per la rivelazione di materia oscura, poiché un fotone generato dalla presenza dell'assione ha maggiore probabilità di essere rilevato da due qubit indipendenti, aumentando la fedeltà di lettura e riducendo il dark count rate.

Sono molteplici gli aspetti che possono essere sviluppati a partire da questo studio, ma qualsiasi sviluppo non può prescindere dalla completa caratterizzazione sperimentale del sistema, passo necessario per consolidare le performance raggiunte.

A seguito dell'effettiva realizzazione e caratterizzazione del dispositivo si potranno avviare le prime applicazioni nella ricerca sugli assioni.

Per come è stato realizzato il design, il sistema è facilmente scalabile, pertanto in futuro si potrebbero sviluppare design con un numero maggiore di qubit accoppiati a diverse cavità. Un esempio interessante sarebbe un sistema a quattro qubit accoppiati a quattro cavità di Readout e una di Storage.

Infine, avendo realizzato un dispositivo sensibile al singolo fotone con una sensibilità estremamente elevata, si aprono molteplici applicazioni oltre alla ricerca sulla materia oscura. Pertanto, studi futuri potrebbero approfondire queste potenziali applicazioni del dispositivo.

# Ringraziamenti

Ci tenevo particolarmente a ringraziare Dr. Claudio Gatti e tutto il gruppo di ricerca del ColdLab dell'INFN, per la magnifica opportunità che mi hanno dato di svolgere la tesi nei loro laboratori e per l'ospitalità.

In particolare, vorrei ringraziare Dr. Claudio Gatti per tutte le discussioni che ha tenuto con me, sempre molto formative e illuminanti, e per avermi dato molti articoli, consigli e utilissime correzioni indispensabili per questa tesi. Inoltre, devo ringraziare Dr. Simone Tocci per avermi insegnato molte delle nozioni senza le quali, questa tesi, non sarebbe stata possibile e per avermi aiutato e guidato nei momenti di difficoltà. Un ringraziamento particolare a Dr. Alex Stephane Piedjou che mi ha introdotto gli strumenti necessari, fornito il suo stesso PC per eseguire le simulazioni e mi ha accompagnato in questo lungo lavoro, sempre disponibile per un confronto aperto e alla pari. Di fondamentale importanza per questa tesi è stato anche il lavoro di tutto il gruppo di ricerca del laboratorio ColdLab, per il supporto per qualsiasi dubbio e necessità, da aiuti tecnici in laboratorio, a spiegazioni di criogenia o di fisica quantistica.

Volevo ringraziare anche Dr. Giovanni Marconato dei LNL-INFN che si è occupato del design meccanico del sistema progettato in questo lavoro.

Devo un forte ringraziamento anche a Prof. Enrico Silva, per l'opportunità che mi ha concesso di collaborare con l'INFN e per le preziose correzioni che ha apportato a questa tesi. Colgo l'occasione anche per fare un ringraziamento di cuore a Prof. Andrea Alimenti per tutti gli insegnamenti indimenticabili che mi ha fornito, sia durante il mio percorso di studi che durante il tirocinio propedeutico a questo lavoro di tesi.

Uno speciale ringraziamento lo volevo dedicare ad Angelina, per essere sempre al mio fianco, dandomi la forza e la gioia necessarie per superare ogni sfida, come questa tesi impegnativa e soddisfacente.

Infine, volevo rivolgere un enorme ringraziamento alla mia famiglia, che mi ha sempre supportato attivamente durante il mio percorso di studi e di vita.

---

# Bibliografia

- [1] A. Rettaroli, L. Banchi, H. A. Corti, A. D’Elia, C. Gatti, A. Giachero, D. Labranca, R. Moretti, A. Nucciotti, A. S. P. Komnang, and S. Tocci, “Novel two-qubit microwave photon detector for fundamental physics applications,” *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, vol. 1070, p. 170010, 2025. [Online]. Available: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168900224009367>
- [2] A. D’Elia, B. Alfakes, A. Alkhazaleh, L. Banchi, M. Beretta, S. Carrazza, F. Chiarello, D. Di Gioacchino, A. Giachero, F. Henrich, A. S. P. Komnang, C. Ligi, G. Maccarrone, M. Macucci, E. Palumbo, A. Pasquale, L. Piersanti, F. Ravaux, A. Rettaroli, M. Robbiati, S. Tocci, and C. Gatti, “Characterization of a transmon qubit in a 3d cavity for quantum machine learning and photon counting,” *Applied Sciences*, vol. 14, no. 4, p. 1478, 2024. [Online]. Available: <https://doi.org/10.3390/app14041478>
- [3] R. Moretti, D. Labranca, P. Campana, R. Carobene, M. Gobbo, M. A. Castellanos-Beltran, D. Olaya, P. Hopkins, L. Banchi, M. Borghesi, A. Candido, H. A. Corti, A. D’Elia, M. Faverzani, E. Ferri, A. Nucciotti, L. Origo, A. Pasquale, A. S. P. Komnang, A. Rettaroli, S. Tocci, S. Carrazza, C. Gatti, and A. Giachero, “Design, simulation, and experimental characterization of a superconducting transmon qubit circuit prototype for dark matter detection,” *arXiv:2409.05988v2 [quant-ph]*, October 2024, accessed: 2024-11-09. [Online]. Available: [https://ppl-ai-file-upload.s3.amazonaws.com/web/direct-files/14727099/219bad89-79b0-43ad-b1da-9a5fb8785b1d/transmon\\_qubit\\_modelling\\_characterization\\_DM.pdf](https://ppl-ai-file-upload.s3.amazonaws.com/web/direct-files/14727099/219bad89-79b0-43ad-b1da-9a5fb8785b1d/transmon_qubit_modelling_characterization_DM.pdf)
- [4] R. D. Vora, A. Lombardi, A. Ortolan, R. Pengo, G. Ruoso, C. Braggio, G. Carugno, L. Taffarello, G. Cappelli, N. Crescini, M. Esposito, L. Planat, A. Ranadive, N. Roch, D. Alesini, D. Babusci, A. D’Elia, D. D. Gioacchino,

- 
- C. Gatti, C. Ligi, G. Maccarrone, A. Rettaroli, S. Tocci, D. D’Agostino, U. Gambardella, G. Iannone, and P. Falferi, “Search for galactic axions with a traveling wave parametric amplifier,” *Phys. Rev. D*, vol. 108, no. 6, p. 062005, 2023.
- [5] F. Chadha-Day, J. Ellis, and D. J. E. Marsh, “Axion dark matter: What is it and why now?” *Science Advances*, vol. 8, no. 8, p. eabj3618, 2022.
- [6] M. Kobayashi and T. Maskawa, “Cp-violation in the renormalizable theory of weak interaction,” *Prog. Theor. Phys.*, vol. 49, pp. 652–657, 1973.
- [7] R. D. Peccei and H. R. Quinn, “Cp conservation in the presence of pseudoparticles,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 38, pp. 1440–1443, 1977.
- [8] R. Khatiwada, D. Bowring, A. S. Chou, A. Sonnenschein, W. Wester, D. V. Mitchell, T. Braine, C. Bartram, R. Cervantes, N. Crisosto, N. Du, L. J. Rosenberg, G. Rybka, J. Yang, D. Will, S. Kimes, G. Carosi, N. Woollett, S. Durham, L. D. Duffy, R. Bradley, C. Boutan, M. Jones, B. H. LaRoque, N. S. Oblath, M. S. Taubman, J. Tedeschi, J. Clarke, A. Dove, A. Hashim, I. Siddiqi, N. Stevenson, A. Eddins, S. R. O’Kelley, S. Nawaz, A. Agrawal, A. V. Dixit, J. R. Gleason, S. Jois, P. Sikivie, N. S. Sullivan, D. B. Tanner, J. A. Solomon, E. Lentz, E. J. Daw, M. G. Perry, J. H. Buckley, P. M. Harrington, E. A. Henriksen, K. W. Murch, and G. C. Hilton, “Axion dark matter experiment: Detailed design and operations,” *Review of Scientific Instruments*, vol. 92, no. 12, p. 124502, 2021.
- [9] A. Alimenti, K. Torokhtii, D. D. Gioacchino, C. Gatti, E. Silva, and N. Pompeo, “Impact of superconductors’ properties on the measurement sensitivity of resonant-based axion detectors,” *Instruments*, vol. 6, no. 1, p. 1, 2022. [Online]. Available: <https://www.mdpi.com/journal/instruments>
- [10] J. Golm, J. D. Gallego, N. Lamas, S. A. Cuendis, S. Calatroni, J. M. G. Barceló, C. Cogollos, B. Döbrich, X. Granados, J. Gutierrez, I. G. Irastorza, T. Koettig, J. Liberadzka-Porret, C. Malbrunot, G. J. Rosaz, M. Siodlaczek, W. L. Millar, G. Telles, P. Navarro, C. P. A. Carlos, T. Puig, and W. Wuensch, “Thin film (high temperature) superconducting radiofrequency cavities for the search of axion dark matter,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 32, no. 4, pp. 1–7, 2022.
- [11] P. Krantz, M. Kjaergaard, F. Yan, T. P. Orlando, S. Gustavsson, and W. D. Oliver, “A quantum engineer’s guide to superconducting qubits,” *Applied Physics Reviews*, vol. 6, no. 2, p. 021318, 2019.

- 
- [12] R. Feynman, R. Leighton, and M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics, Volume III*, ser. The Feynman Lectures on Physics. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley, 1964, vol. 3.
- [13] B. H. Bransden and C. J. Joachain, *Quantum Mechanics*, second edition ed. Pearson Education Limited, 2000.
- [14] A. Z. et al., “Experimental quantum teleportation,” *Nature*, vol. 390, pp. 575–579, 1997.
- [15] U. Amjad, T. A. Jilani, H. Tariq, and A. Hussain, “A quantum based evolutionary algorithm for stock index and bitcoin price forecasting,” *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, vol. 9, no. 9, pp. 123–132, 2018.
- [16] D. P. DiVincenzo, “The physical implementation of quantum computation,” *arXiv:quant-ph/0002077*, 2000. [Online]. Available: <http://www.arxiv.org/abs/quant-ph/0002077>
- [17] R. LaPierre, *Introduction to Quantum Computing*, ser. The Materials Research Society Series. Springer-Verlag New York, LLC, 2021, no. 1.
- [18] P. W. Shor, “Fault-tolerant quantum computation,” *arXiv preprint quant-ph/9605011*, 1997.
- [19] A. Grassellino, “I mestieri della fisica — incontro con anna grassellino,” 2022. [Online]. Available: <https://www.youtube.com/watch?v=rYVpffl0dj4list=WLindex=15>
- [20] M. T. Madzik, S. Asaad, A. Youssry, and et al., “Precision tomography of a three-qubit donor quantum processor in silicon,” *Nature*, vol. 601, pp. 348–353, 2022.
- [21] G. Assanto, *Nematicons: Spatial Optical Solitons in Nematic Liquid Crystals*, ser. Wiley Series in Pure and Applied Optics. Wiley, 2012.
- [22] B. C. Group, “Building quantum advantage,” 2021, accessed: 2024-10-03. [Online]. Available: <https://www.bcg.com/publications/2021/building-quantum-advantage>
- [23] M. Naghiloo, “Introduction to experimental quantum measurement with superconducting qubits,” *arXiv preprint arXiv:1904.09291*, 2019.

- 
- [24] H.-L. Huang, D. Wu, D. Fan, and X. Zhu, “Superconducting quantum computing: a review,” *Science China Information Sciences*, vol. 63, no. 8, p. 180501, 2020.
- [25] M. H. Devoret, “Quantum fluctuations in electrical circuits,” in *Les Houches*, 1995.
- [26] U. Vool and M. H. Devoret, “Introduction to quantum electromagnetic circuits,” *arXiv:1610.03438*, 2017.
- [27] J. Koch *et al.*, “Charge insensitive qubit design derived from the cooper pair box,” *Phys. Rev. A*, vol. 76, p. 042319, 2007.
- [28] A. Blais *et al.*, “Cavity quantum electrodynamics for superconducting electrical circuits: An architecture for quantum computation,” *Phys. Rev. A*, vol. 69, p. 062320, 2004.
- [29] S. E. Rasmussen *et al.*, “Superconducting circuit companion—an introduction with worked examples,” *PRX Quantum*, vol. 2, p. 040204, 2021.
- [30] S. Kono, K. Koshino, Y. Tabuchi, A. Noguchi, and Y. Nakamura, “Quantum nondemolition detection of an itinerant microwave photon,” *Nat. Phys.*, vol. 14, no. 6, pp. 546–549, 2018.
- [31] L. Sun, A. Petrenko, Z. Leghtas, B. Vlastakis, G. Kirchmair, K. M. Sliwa, A. Narla, M. Hatridge, S. Shankar, J. Blumoff, L. Frunzio, M. Mirrahimi, M. H. Devoret, and R. J. Schoelkopf, “Tracking photon jumps with repeated quantum non-demolition parity measurements,” *Nature*, vol. 511, pp. 444–448, 2014.
- [32] B. R. Johnson, M. D. Reed, A. A. Houck, D. I. Schuster, L. S. Bishop, E. Ginossar, J. M. Gambetta, L. DiCarlo, L. Frunzio, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, “Quantum non-demolition detection of single microwave photons in a circuit,” *Nature Physics*, vol. 6, no. 9, pp. 663–667, 2010.
- [33] W. Buckel and R. Kleiner, *Superconductivity: Fundamentals and Applications*, 2nd ed. John Wiley & Sons, 2008.
- [34] K. Fossheim and A. Sudbø, *Superconductivity: Physics and Applications*. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2005.
- [35] J. Bardeen, L. N. Cooper, and J. R. Schrieffer, “Theory of superconductivity,” *Phys. Rev.*, vol. 108, pp. 1175–1204, 1957.

- 
- [36] M. J. Martínez-Pérez and D. Koelle, “Nanosquids: Basics recent advances,” *Physical Sciences Reviews*, vol. 2, no. 8, p. 20175001, 2017. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1515/psr-2017-5001>
- [37] R. Gross and A. Marx, *Applied Superconductivity: Josephson Effect and Superconducting Electronics*. Walther-Meißner-Institut, October 2005.
- [38] Y. Jaradat, M. Alia, M. Masoud, A. Mansrah, I. Janooud, and O. Alheya-sat, “Roadmap for simulating quantum circuits utilizing ibm’s qiskit library: Programming approach,” *The Eurasia Proceedings of Science, Technology, Engineering Mathematics (EPSTEM)*, vol. 26, pp. 624–632, 2023.
- [39] G. Kirchmair, B. Vlastakis, and Z. e. a. Leghtas, “Observation of quantum state collapse and revival due to the single-photon kerr effect,” *Nature*, vol. 495, pp. 205–209, 2013.
- [40] J. Majer, J. M. Chow, J. M. Gambetta, J. Koch, B. R. Johnson, J. A. Schreier, L. Frunzio, D. I. Schuster, A. A. Houck, A. Wallraff, A. Blais, M. H. Devoret, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, “Coupling superconducting qubits via a cavity bus,” *Nature*, vol. 449, no. 7161, pp. 443–447, 2007.
- [41] A. Rettaroli, D. Alesini, D. Babusci, C. Barone, B. Buonomo, M. Beretta, G. Castellano, F. Chiarello, D. Di Gioacchino, G. Felici, and et al., “Josephson junctions as single microwave photon counters: Simulation and characterization,” *Instruments*, vol. 5, p. 25, 2021.
- [42] ANSYS, “Ansys hfss,” 2023, available at: <https://www.ansys.com>.
- [43] Z. K. Minev, Z. Leghtas, S. O. Mundhada, L. Christakis, I. M. Pop, and M. H. Devoret, “Energy-participation quantization of josephson circuits,” *npj Quantum Information*, vol. 7, no. 1, pp. 1–10, 2021.
- [44] Z. K. M. et al., “Energy participation ratio for quantizing superconducting circuits,” *arXiv*, 2021, arXiv:2010.00620. [Online]. Available: <https://ppl-ai-file-upload.s3.amazonaws.com/web/direct-files/14727099/323aa691-104a-46f8-b1d1-13dbe2f8df63/2010.00620v3.pdf>
- [45] Z. Minev, “pyepr,” <https://github.com/zlatko-minev/pyEPR>, accessed: July 15, 2024.
- [46] Z. Minev, T. McConkey, J. Drysdale, P. Shah, D. Wang, and M. Facchini, “Qiskit metal: An open-source framework for quantum device design analysis,” *Zenodo*, 2021. [Online]. Available: <https://doi.org/10.5281/zenodo.8061781>

- 
- [47] D. Labranca, H. A. Corti, L. Bianchi, A. Cidronali, S. Felicetti, C. Gatti, A. Giachero, and A. Nucciotti, “First design of a superconducting qubit for the qub-it experiment,” *arXiv preprint arXiv:2207.09290v3*, 2022.
- [48] A. Blais, J. Gambetta, A. Wallraff, D. I. Schuster, S. M. Girvin, M. H. Devoret, and R. J. Schoelkopf, “Quantum-information processing with circuit quantum electrodynamics,” *Physical Review A*, vol. 75, no. 3, p. 032329, 2007.
- [49] D. M. Pozar, *Microwave Engineering*, 4th ed. Amherst, MA: Wiley, 2011.
- [50] Z. Minev, “Issue #36: Optimizing quantum analysis,” <https://github.com/zlatko-minev/pyEPR/issues/36>, accessed: July 18, 2024.
- [51] ANSYS, Inc., *Q3D Getting Started Release 2020 R1 Module 4: Q3D Capacitance Matrix Reduction*, 2020. [Online]. Available: [https://innovationspace.ansys.com/courses/wp-content/uploads/sites/5/2021/07/Q3D\\_GS2020R1\\_ENLE04\\_CapMatrix.pdf](https://innovationspace.ansys.com/courses/wp-content/uploads/sites/5/2021/07/Q3D_GS2020R1_ENLE04_CapMatrix.pdf)
- [52] R. D. Vora, D. Alesini, C. Braggio, G. Carugno, N. Crescini, D. D. Gioacchino, P. Falferi, U. Gambardella, D. D’Agostino, C. Gatti, G. Iannone, C. Ligi, A. Lombardi, G. Maccarrone, A. Ortolan, R. Pengo, A. Rettaroli, G. Ruoso, L. Taffarello, and S. Tocci, “A high-q microwave dielectric resonator for axion dark matter haloscopes,” *Physical Review Applied*, vol. 17, no. 5, p. 054013, 2022.
- [53] G. Marconato, C. Pira, D. Alesini, D. D’Agostino, O. Azzolini, C. Braggio, R. Caforio, E. Chyhyrnyets, A. D’Elia, M. Fracasso, U. Gambardella, V. Garcia, C. Gatti, G. Ghigo, D. D. Gioacchino, L. Gozzelino, G. Keppel, C. Ligi, G. Maccarrone, N. Pompeo, A. Rettaroli, A. Salmaso, E. Silva, F. Stivanello, S. Tocci, and D. Torsello, “Nbti thin film srf cavities for dark matter search,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 2024, this is the author’s version which has not been fully edited; content may change prior to final publication.
- [54] D. H. Slichter, “Quantum jumps and measurement backaction in a superconducting qubit,” Ph.D. dissertation, University of California, Berkeley, 2011. [Online]. Available: <https://escholarship.org/uc/item/6r4482rq>
- [55] R. P. Feynman and M. L. Sands, *The Feynman Lectures on Physics, Vol. II: Mainly Electromagnetism and Matter*, new millennium edition ed. Basic Books, 2011.